Cannucce e triangoli

di Brunelli F., Fattori M.C., Milone C., Zottarel L.

Nucleo a cui si riferisce il percorso
Geometria

Autori
Fabio Brunelli, Maria Cristina Fattori, Carmela Milone, Lina Zottarel

Grado scolastico
Scuola primaria - Classe IV e V

Tempo medio per svolgere il percorso
6 ore

Indice

Scheda generale

Informazioni

Nucleo a cui si riferisce il percorso

Geometria

Autori

Fabio Brunelli, Maria Cristina Fattori, Carmela Milone, Lina Zottarel

Grado scolastico

Scuola primaria - Classe IV e V

Tempo medio per svolgere il percorso

6 ore

Tematica affrontata

- Costruzione dei triangoli
- Disuguaglianza triangolare

Obiettivi delle attività

- Individuare la relazione (disuguaglianza triangolare) fra i lati di un triangolo.
- Tabulare dati.
- Cogliere e interpretare relazioni numeriche.
- Individuare le coppie additive di un numero.
- Costruire ragionamenti (se pure non formalizzati) e sostenere le proprie tesi, grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni.

Riferimenti curricolari

Indicazioni curricolari

Le attività M@t.abel hanno precisi obiettivi di apprendimento che rientrano tra quelli inseriti nelle Indicazioni Curricolari attualmente in vigore (D.M. 16 novembre 2012, n. 254) e nelle Prove INVALSI. All'inizio di ciascuna attività sono riportati, perciò, i relativi riferimenti presenti nelle Indicazioni Curricolari e alcuni quesiti delle Prove INVALSI che ripropongono la situazione stimolo dell'attività considerata. Una domanda INVALSI può aiutare a valutare se gli allievi hanno sviluppato, attraverso lo svolgimento dell'attività, la capacità di utilizzare la matematica per rispondere a domande in una situazione specifica. Le domande sono tratte tra quelle presenti nei vari livelli scolastici, in quanto le attività M@t.abel sono pensate in un'ottica di verticalità.

Dai ***Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria***
L'alunno:

- Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).
- Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.
- Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati; descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.
- Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.
- Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato a utilizzare siano utili per operare nella realtà.

Dagli ***Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola primaria***

Numeri

- Eseguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo.

Dagli ***Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria***

Spazio e figure

- Riprodurre una figura in base a una descrizione, utilizzando gli strumenti opportuni (carta a quadretti,riga e compasso, squadre, software di geometria).
- Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.

Relazioni, dati e previsioni

- Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.
- Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.

Dai Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

- Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.

Prove INVALSI

a.s. 2010/2011 - Domanda D 12

Scuola secondaria primo grado – Classe I

D12. Nella cartina geografica sono indicate le principali città del Portogallo. Tra di esse ci sono: Lisbona, la capitale (in portoghese Lisboa), Portalegre (a circa 160 km da Lisbona), vicino al confine con la Spagna, e Faro (a circa 210 km da Lisbona), sulla costa atlantica meridionale.

La distanza in linea d'aria tra le città di Faro e Portalegre è

- ☐ A. circa 370 km
- ☐ B. circa 50 km
- ☐ C. sicuramente minore di 370 km e maggiore di 50 km
- ☐ D. sicuramente maggiore di 370 km e minore di 500 km

Soluzione INVALSI: C

Commento

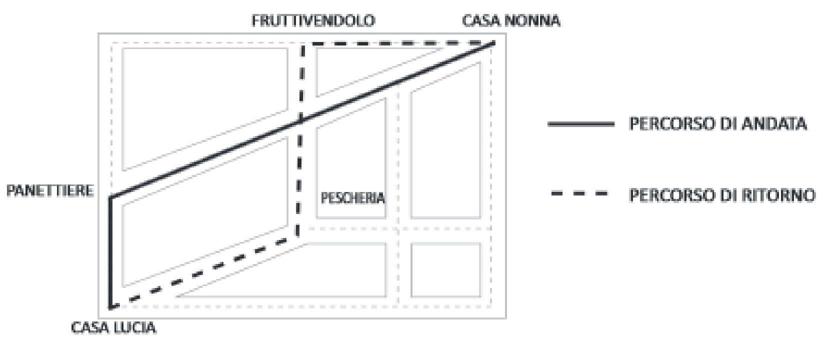
Lo studente deve cogliere il fatto che unendo i punti sulla cartina corrispondenti a Faro, Lisbona e Portoalegre si ottiene un triangolo e che quindi la distanza tra le città di Faro e Portalegre sarà sicuramente minore di 370 km e maggiore di 50 km, in quanto i lati di ogni triangolo verificano la diseguaglianza triangolare e cioè un lato è sempre minore della somma degli altri due e maggiore della loro differenza.

Lo studente potrebbe essere tentato dal segnare la risposta A, perché a "occhio" la distanza potrebbe essere circa 370 km, ma la risposta C implica una conoscenza di natura geometrica e non semplicemente la stima di una distanza.

a.s. 2011/2012 - Domanda D7

Scuola secondaria primo grado – Classe I

D7. **Lucia esce da casa sua, va a comprare il pane per la nonna e glielo porta a casa. Al ritorno, fa un'altra strada e si ferma prima dal fruttivendolo e poi in pescheria per fare alcuni acquisti per la mamma. Nella mappa in figura sono rappresentati i percorsi fatti da Lucia per andare e tornare da casa sua a casa della nonna.**



Nel percorso di ritorno Lucia fa più strada rispetto all'andata? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

☐ **Sì, perché** ....
....
....

☐ **No, perché** ....
....
....

Soluzione INVALSI:

Sì, perché…..

Nella risposta si deve fare riferimento o al fatto che al ritorno per un tratto percorre due lati di un triangolo invece di uno come all’andata (o risposte equivalenti), oppure alle misure dirette dei due percorsi.

Esempi di risposte corrette:

- *Sì, perché la parte diversa del percorso all’andata è un lato del triangolo mentre al ritorno sono due lati di un triangolo.*
- *Sì, perché nel triangolo un lato è sempre minore della somma degli altri due*
- *Sì, perché l’andata misura circa 9 cm e il ritorno circa 10 cm*

Esempi di risposte non corrette:

- *Sì, perché al ritorno deve passare dal fruttivendolo e in pescheria.*
- *Sì, perché ha fatto più curve*
- *Sì, perché ci sono più angoli*
- *Sì, perché …. (l’alunno non scrive nulla sui puntini)*

Commento

Lo studente fa riferimento al fatto che al ritorno per un tratto percorre due lati di un triangolo invece di uno come all’andata (o risposte equivalenti), oppure fa riferimento diretto alle misure dei due percorsi. Lo studente può utilizzare due diverse strategie per confrontare i due percorsi: può utilizzare il righello e misurare il percorso dell’andata e quello del ritorno e vedere quale è il più lungo. Oppure può far riferimento alla proprietà dei triangoli per la quale ogni lato è minore della somma degli altri due. I due percorsi hanno, infatti, una parte uguale (il parallelogramma) e un’altra che nel percorso di andata è l’ipotenusa di un triangolo rettangolo, nel percorso di ritorno sono i due cateti la cui somma è sempre maggiore dell’ipotenusa. Il quesito si presta ad una attività in classe di confronto di strategie.

Introduzione all'attività

Le cannucce usate quotidianamente dai bambini possono favorire un approccio percettivo-motorio al problema di dividere la cannuccia in tre pezzi. Questi tre pezzi si possono ottenere da tagli casuali fatti dai bambini, ma molto spesso succede che i bambini taglino pezzi pressoché uguali.

Per evitare questo si può introdurre un dado a dieci facce, o altri strumenti, che garantiscono la casualità nel taglio.

Dida by Horia Varian (CC BY 2.0)

Il filo conduttore del lavoro può essere visto nel cercare di congetturare, giustificare, argomentare, per arrivare a mettere a fuoco la struttura del triangolo e la relazione tra i suoi lati.

La fase 1 e la fase 2 sono caratterizzate dall'utilizzo statico dei pezzi di cannucce.
La fase 3 è caratterizzata dall'utilizzo dinamico dei pezzi di cannucce.

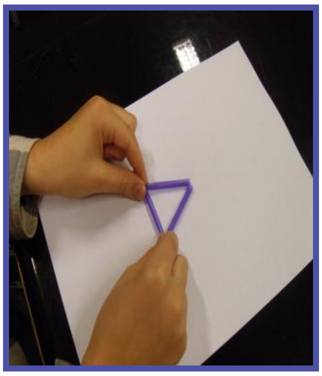
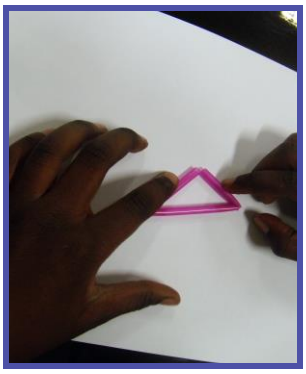
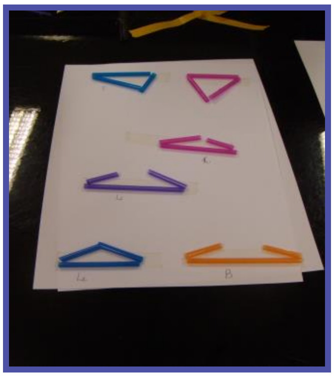
Fase 1

Per l'attività si utilizzano cannucce, ma è anche possibile servirsi di strisce di cartone o di spiedini di legno.

L'insegnante, mostrando una cannuccia, pone il problema:

Se tagliamo in tre pezzi a caso questa cannuccia, possiamo sempre costruire un triangolo?

Ogni bambino ha a disposizione una cannuccia e può provare tagliando. Alla fine si raccolgono le osservazioni. Probabilmente i bambini avranno tagliato in parti pressoché uguali e la costruzione del triangolo sarà quasi sempre possibile, rafforzando la loro convinzione che la costruzione del triangolo sia sempre possibile.
L'insegnante chiede, fornendo altre cannucce, di tagliarle "a caso" in parti palesemente non uguali. La costruzione del triangolo diventa così non sempre possibile.
Si raccolgono ancora le osservazioni.

Nota per l'insegnante

I pochi bambini che non riescono a costruire il triangolo potrebbero avere l'impressione di aver sbagliato la consegna.
L'aspetto emotivo è importante e l'insegnante deve cogliere il passaggio dalla sensazione iniziale di errore individuale alla consapevolezza della necessità di modificare le proprie convinzioni.

Fase 2

Uno strumento per generare la casualità dei tagli potrebbe essere un dado a dieci facce, o delle carte da 1 a 10, o i numeri della tombola da 1 a 10, oppure dei bigliettini numerati da 1 a 10.

Lavoro di gruppo

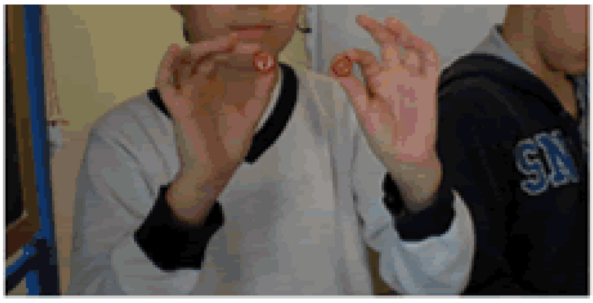
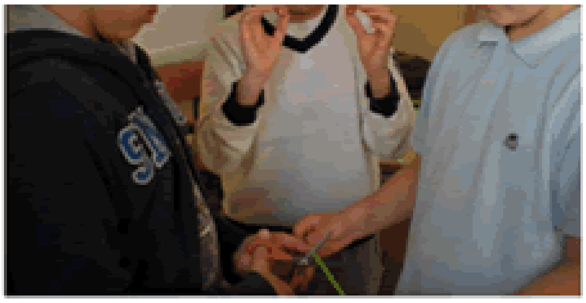
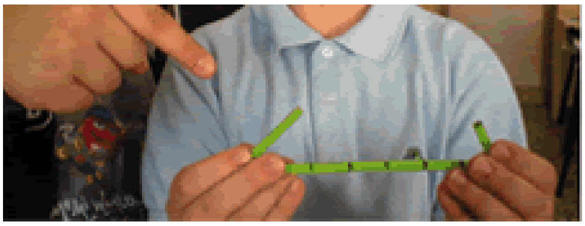
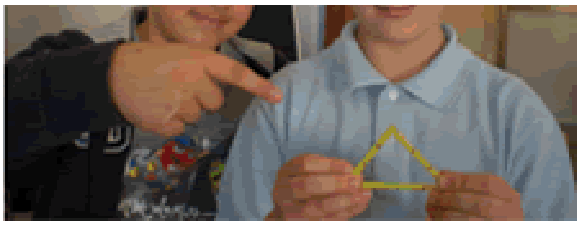
La classe viene suddivisa in gruppi formati da quattro o cinque bambini e a ogni gruppo vengono consegnate cannucce lunghe uguali, precedentemente graduate con delle tacche che le dividono in dieci parti uguali. Le tacche vengono tracciate con pennarelli per acetati. La consegna data sarà quella di estrarre a sorte due numeri e tagliare la cannuccia in tre pezzi:

- il primo pezzo pari a tante unità quante sono quelle indicate dal primo numero;
- il secondo pezzo pari a tante unità quante sono quelle indicate dal secondo numero;
- il terzo pezzo sarà ciò che rimane della cannuccia.

I bambini dovranno incollare su un foglio le tre parti di cannuccia sia che si formi il triangolo, sia che non si formi il triangolo.

L’insegnante girando tra i gruppi si accerta che almeno un triangolo sia stato formato e controlla che le cannucce siano incollate con precisione. Se la somma dei due numeri estratti è maggiore di dieci si ripete l’estrazione.

L’insegnante raccoglie i risultati dei vari gruppi, facendo una tabella a due colonne con le voci *triangolo* e *non triangolo*.

Si osserva quanti sono i casi dei *triangoli* e dei *non triangoli*. I *non triangoli* saranno in numero maggiore.

L'insegnante può guidare una breve discussione volta a capire come mai i *non triangoli* sono in numero maggiore.

L'insegnante pone la domanda:

*Quali caratteristiche hanno le cannucce tagliate nel caso dei **triangoli** e dei **non triangoli**?*

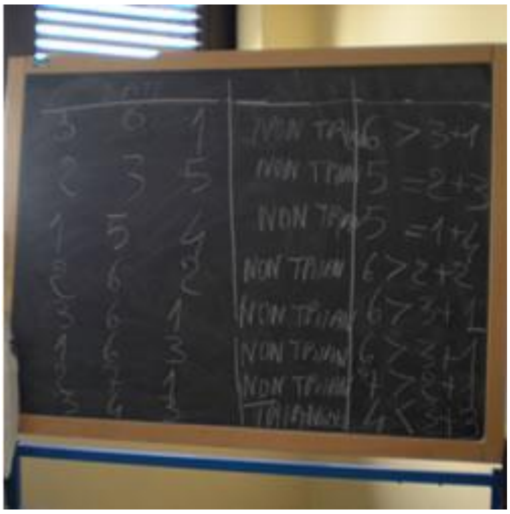
Invita, quindi, i bambini a procedere come "gli scienziati", ovvero a osservare che cosa caratterizza la situazione *triangolo* da quella *non triangolo*. Sicuramente alcuni suggeriranno di esaminare le misure dei lati nei due casi.

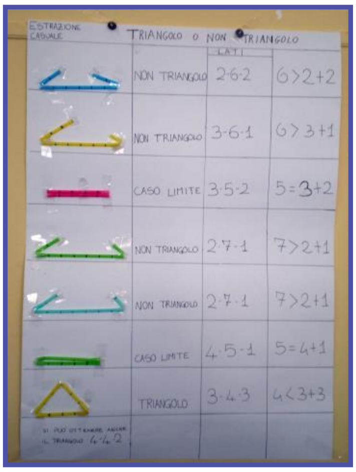
Come unità di misura si accetta il tratto in cui è suddivisa ogni cannuccia.

Il lavoro con il tabellone

Ogni gruppo ha a disposizione un tabellone in cui incolla i *triangoli* e i *non triangoli,* separandoli in due settori della prima colonna.

Corrispondentemente a ogni *triangolo* o *non triangolo* inserisce le misure dei tre lati. Questo cartellone costituisce il piano di lavoro del gruppo che investigherà sulle misure, cercando di trovare delle regolarità nei due casi di *triangolo* e *non triangolo*.





Muovendosi tra i gruppi l'insegnante può controllare che almeno un *triangolo* sia stato formato e può stimolare la ricerca con interventi del tipo:

- *Osserva le figure di un* ***triangolo*** *e di un* ***non triangolo*** *che abbiano il lato maggiore della stessa lunghezza. Che cosa noti per gli altri due lati?*
- *Osserva due* ***triangoli*** *con il lato maggiore della stessa lunghezza. Che cosa noti per gli altri due lati?*
- *Osserva due* ***non triangoli*** *con il lato maggiore della stessa lunghezza. Che cosa noti per gli altri due lati?*
- *Osserva una figura con lato lungo 8 unità. Che cosa noti?*
- *Osserva una figura con due lati uguali. Che cosa noti? Quali sono i lati dei possibili triangoli?*

Discussione collettiva

L'insegnante guida una discussione sulle ricerche fatte dai gruppi, che espongono i loro risultati mostrando il cartellone compilato.

L'insegnante coordina la discussione facendo emergere i risultati delle osservazioni sulle misure dei lati: ogni lato, e in particolare il maggiore dei lati, deve essere minore della somma degli altri due nel caso in cui si formi il triangolo.

Anzi, condizione necessaria per formare il triangolo è proprio che sia soddisfatta questa relazione.

Nel caso in cui il triangolo non si forma un lato è maggiore della somma degli altri due e questa costituisce una condizione sufficiente per non avere un triangolo, in quanto la disuguaglianza triangolare non è soddisfatta.

I gruppi potranno presentare questo risultato (disuguaglianza triangolare) o altre osservazioni e l'insegnante metterà in evidenza analogie e differenze tra i risultati dei singoli gruppi.

Tra le varie possibilità esiste anche una terna di lati in cui un lato è uguale alla somma degli altri due. Questo non rientra nel caso dei *triangoli*, né nel caso dei *non triangoli* e costituisce un caso limite. In questo caso, infatti, non si può formare un triangolo perché i tre punti sono allineati, in quanto i due lati più corti si sovrappongono a quello più lungo.

Fase 3

Questa fase è caratterizzata dall'utilizzo dinamico dei pezzi di cannucce non graduate a cui seguirà l'esperienza con compasso e con software di geometria dinamica.

In questa fase chiediamo ai bambini un salto cognitivo importante che li porta sia a passare dal discreto al continuo, svincolandosi dalle misure intere della fase precedente, sia a generalizzare a qualsiasi tipo di triangolo le scoperte fatte finora.

Lavoro di gruppo

A ogni gruppo vengono date cannucce, scovolini e righelli. La consegna è di usare liberamente pezzi di cannuccia, o cannucce intere, assemblando per mezzo degli scovolini in modo da ottenere tre segmenti consecutivi fissati su due vertici e aperti sul terzo in modo da poterne muovere liberamente due facendoli ruotare attorno ai vertici del segmento centrale.

In un secondo momento i bambini misurano i lati e inseriscono le misure in una tabella analoga alla precedente, verificando la disuguaglianza triangolare. Questa fase è caratterizzata dalla generalizzazione della relazione triangolare a triangoli in cui la misura dei lati non è vincolata ai numeri naturali.

Video

- http://www.youtube.com/watch?v=Q4zoFQKEV14&feature=share&list=PLd9mtyaw0MwWOzsRh_qlJw3uI_AMmzZ0u&index=5

  I bambini si rendono conto del fatto che non sempre gli estremi liberi delle cannucce laterali combaciano. Questo succede solo se la cannuccia centrale è più piccola della somma delle cannucce laterali. Lo si può notare continuando a fare ruotare le cannucce laterali fino a farle sovrapporre su quella centrale.
- http://www.youtube.com/watch?v=AV-ZpRnDOl0&feature=share&list=PLd9mtyaw0MwWOzsRh_qlJw3uI_AMmzZ0u

  Può succedere che gli estremi delle cannucce laterali coincidano solo nel momento in cui tali cannucce si sovrappongono a quella centrale e quindi non si forma alcun triangolo. In tal caso la cannuccia centrale è esattamente uguale alla somma delle altre due.

- http://www.youtube.com/watch?v=tqzltiC_ZWo&list=PLd9mtyaw0MwWOzsRh_qlJw3uI_AMmzZ0u&feature=share&index=3

  Non si forma alcun triangolo anche nel caso in cui gli estremi liberi delle cannucce non coincidono. In tale circostanza la cannuccia centrale è maggiore della somma delle altre due. Si ha riscontro di questo fatto continuando a fare ruotare le cannucce laterali fino a farle sovrapporre su quella centrale.

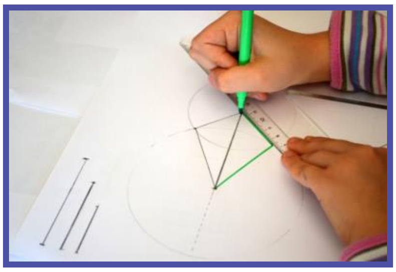
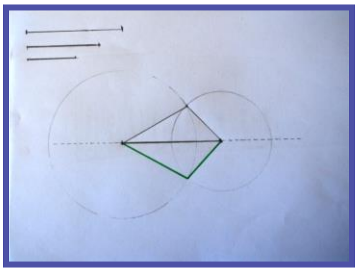
Nota per l'insegnante

Si evidenzia lo stretto legame fra notazione algebrica e relazione geometrica (condizione necessaria e sufficiente)]. L'insegnante cercherà di far cogliere agli alunni il fatto che ***se*** *c'è la relazione triangolare* ***allora*** *il triangolo si forma, e* ***se*** *il triangolo si forma* ***allora*** *la relazione è vera.*

Attività con il compasso

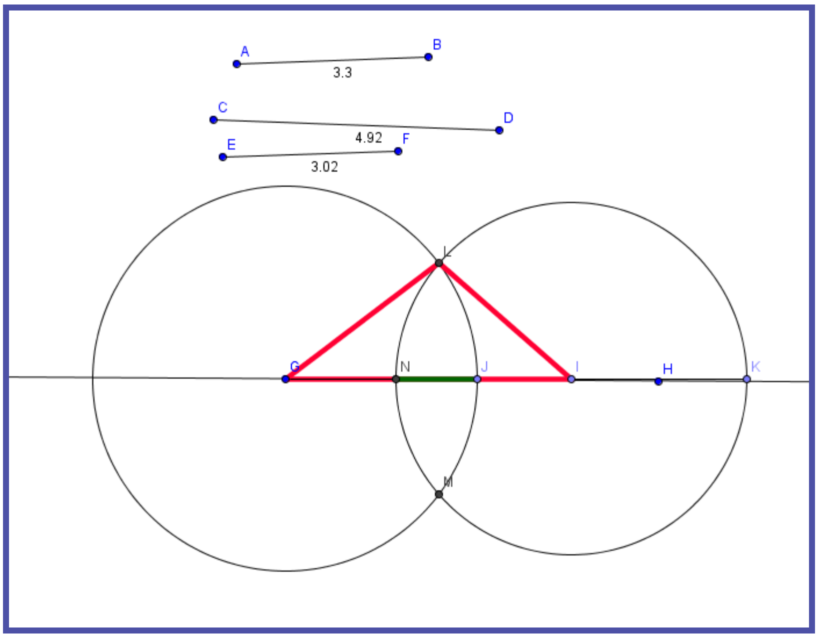
I bambini riportano su un foglio tre segmenti che hanno come misura i numeri di una terna. Servendosi del compasso, riportano uno dei segmenti e, a partire da ognuno degli estremi, riportano gli altri due segmenti tracciando due circonferenze.

Le due circonferenze possono o no intersecarsi a seconda che si tratti di terne che formano triangoli o no. Se le due circonferenze si intersecano si individuano due punti ognuno dei quali rappresenta il terzo vertice di due triangoli aventi la stessa base (uno sopra e uno sotto, anche se di solito l'osservazione si limita a quello di sopra per una scelta culturale).

Video:
http://www.youtube.com/watch?v=Nb9QoPjTknw&feature=share&list=PLd9mtyaw0MwWOzsRh_qlJw3uI_AMmzZ0u&index=2

L'attività continua utilizzando un software di geometria dinamica. La costruzione può essere realizzata in classe con i ragazzi utilizzando GeoGebra o si può utilizzare direttamente questa già pronta:

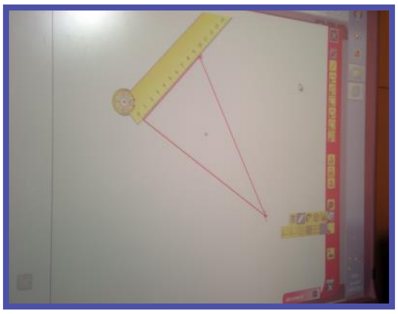
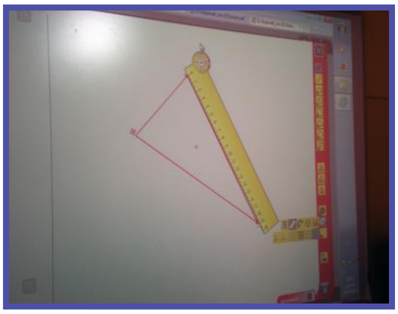
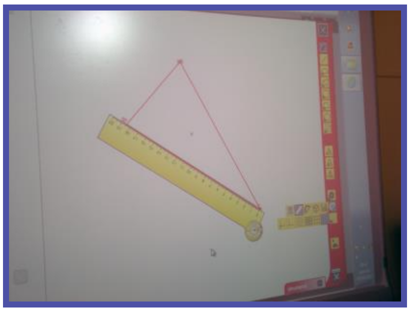


Costruzione del triangolo con GeoGebra

Scarica il disegno relativo

Facendo variare con continuità la misura dei segmenti, variano contemporaneamente la costruzione del *triangolo* e del *non triangolo* e la diseguaglianza triangolare. In una posizione di confine fra i *triangoli* e i *non triangoli* si fa osservare la presenza del **caso limite**, quando la somma di due lati è uguale al terzo lato.

A verifica di questa attività l'insegnante proporrà triangoli in cui verificare la relazione e terne di numeri con cui realizzare eventuali triangoli dopo averne prevista la possibilità.

Indicazioni metodologiche

Le metodologie utilizzate prevalentemente sono quella operativa, centrata sulla manipolazione di oggetti e quella della discussione matematica.

A partire dalla manipolazione con le cannucce i bambini sono sollecitati a osservare, descrivere, congetturare, validare ipotesi.

Il ruolo dell'insegnante è quello di guidare la discussione collettiva dei risultati.

I bambini nelle varie fasi lavorano singolarmente o in piccoli gruppi. Il lavoro nel gruppo allargato consente, attraverso la discussione, di giungere alla condivisione dei risultati.

L'insegnante, durante le varie attività, interviene solo per guidare, attraverso la proposta di domande sempre più stringenti, le osservazioni dei bambini, per guidarli nelle fasi di descrizione, di argomentazione e di validazione delle ipotesi o per coordinare gli interventi durante la discussione collettiva.

L'insegnante dedicherà un'attenzione particolare al linguaggio, soprattutto nella fase 2, in cui si giunge alla formulazione della *condizione necessaria e sufficiente* affinché il triangolo si formi. Senza avere la pretesa che i bambini possano utilizzare un linguaggio formalizzato per nulla consono alla loro età, l'insegnante avrà cura di fare in modo che i bambini comprendano l'interdipendenza fra l'esistenza del triangolo e il verificarsi della diseguaglianza triangolare.

Eventuali difficoltà e suggerimenti

È importante che l'insegnante sia vicino ai bambini soprattutto nel lavoro individuale iniziale (Fase1), per far superare il momento di disagio che sicuramente vivono quando non riescono a costruire il triangolo. Tale senso di inadeguatezza potrebbe portare a una demotivazione iniziale tale da compromettere il successo dell'attività. L'insegnante deve fare particolare attenzione durante la discussione collettiva della Fase 2, quando, con parole semplici e avvalendosi di esempi, cercherà di argomentare sulla *necessità* e sulla *sufficienza* della diseguaglianza triangolare in relazione alla possibilità di costruire il triangolo. A questo proposito è utile che l'insegnante sottoponga all'attenzione degli alunni esempi di proposizioni non invertibili (sia in ambito geometrico, che aritmetico), per evitare che cadano nella facile conclusione che tutte le proposizioni logiche siano invertibili.

Esempi

1. Tutti i multipli di 4 sono numeri pari, ma non è possibile affermare che tutti i numeri pari sono multipli di 4.
2. Tutti i quadrati hanno i lati uguali, ma non è possibile affermare che tutti i quadrilateri che hanno i lati uguali sono dei quadrati.

Una delle maggiori difficoltà da superare da parte dei bambini è quella di accettare il fatto (certamente non prevedibile) che il numero dei *non triangoli* sia di gran lunga maggiore rispetto al numero dei *triangoli*; la loro convinzione trova un supporto nello stereotipo, spesso presente, di privilegiare figure pressoché regolari. Nella fase iniziale, quando si chiede di tagliare in tre parti la cannuccia per costruire con i tre pezzi un triangolo, di solito i bambini effettuano i tagli in modo da avere pezzi approssimativamente uguali, in tal modo riusciranno sempre ad ottenere un triangolo (che si avvicina al triangolo equilatero). L'utilizzo di uno strumento per generare la casualità dei tagli sarà utile a rimuovere la loro convinzione. Altro momento delicato dell'attività è la Fase 3 in cui si realizza, attraverso l'utilizzo dinamico dei pezzi di cannucce non graduate, un salto cognitivo importante: il passaggio dal discreto al continuo, svincolandosi dalle misure intere. Tale passaggio sarà facilitato dall'utilizzo di un software di geometria dinamica, con il quale sarà possibile con piccoli movimenti del mouse, passare con continuità dai *triangoli* ai *non triangoli*, avendo a disposizione un numero infinitamente grande di configurazioni.

Spunti per approfondire

Approfondimenti disciplinari

Si potrebbe proporre in un secondo momento (ad esempio in V classe se l'attività è stata proposta in IV) di individuare quali sono di fatto i casi possibili di *triangolo* nella Fase 2.

A completamento dell'attività si era pervenuti alla conclusione che i *non triangoli* sono in numero di gran lunga maggiore rispetto ai *triangoli*.

Alla fine della Fase 2 nei singoli gruppi si sono riscontrate queste situazioni:

In alcuni gruppi sono stati individuati due ***triangoli*** *distinti, in altri un solo* ***triangolo****, ma quanti sono effettivamente i triangoli distinti che si possono individuare tagliando a caso in corrispondenza di due delle tacche della cannuccia graduata?*

L'insegnante guida gli alunni alla considerazione del fatto che, attraverso l'estrazione casuale con il dado (o altro strumento), non è possibile garantire che il numero massimo di triangoli distinti individuabili sia due, dunque bisogna procedere come gli "scienziati". A questo punto il docente guida ad una attività di tipo induttivo-deduttivo attraverso domande successive sempre più incalzanti:

È possibile fare un taglio alla nona tacca?

No, perché rimarrebbe un solo pezzo di cannuccia da una unità, e con soli due pezzi di cannuccia non è possibile costruire un triangolo.

È possibile fare un taglio all'ottava tacca?

In questo caso rimarrebbe un pezzo di cannuccia da due unità e quindi si potrebbero ricavare solo due lati da una unità ciascuno. I lati del triangolo sarebbero 9,1,1.

È possibile con questi lati costruire un triangolo?

L'insegnante continua così fino alla quinta tacca. Anche in questo caso non è possibile costruire il triangolo perché i lati possibili sarebbero coppie additive di 5 e non sarebbe verificata la relazione triangolare. Si otterrebbe così un "caso limite".

Infine l'insegnante arriva alla richiesta:

È possibile fare il taglio alla quarta tacca?

I bambini dovranno prendere in esame le coppie additive del 6, ma, per garantire la diseguaglianza triangolare, dovranno trascurare quelle in cui un addendo sia maggiore di 4.
Le uniche coppie additive del 6 possibili sono: 4, 2 e 3, 3. Quindi i triangoli possibili sono 4, 4, 2 e 4, 3, 3.

È possibile fare il taglio alla terza tacca?

L'unico caso compatibile con la diseguaglianza triangolare è 3, 3, 4 già trovato. Continuando si vedrà che con il taglio alla seconda tacca si ottiene come unico caso possibile 4, 4, 2 già ottenuto prima, mentre non è possibile fare il taglio alla prima tacca. I soli triangoli possibili, pertanto, sono 4, 4, 2 e 4, 3, 3, ambedue isosceli.
L'insegnante potrebbe far notare che è inutile provare con la terza, la seconda o la prima tacca perché nelle coppie additive dei numeri complementari (rispetto a dieci) figurano sicuramente numeri maggiori di quelli considerati e quindi ci riconduciamo a casi precedentemente esaminati.
Si potrebbe anche chiedere, come attività di verifica, di individuare tutti i triangoli che è possibile ottenere tagliando una cannuccia graduata con tacche che la suddividono in dodici parti uguali.

Spunti per altre attività con gli studenti

Attività 1 - Marco e Giulia e la scuola

La casa di Marco dista 150 m dalla scuola. La casa di Giulia dista 200 metri dalla scuola.

- *É possibile stabilire quanto distano fra loro le case di Marco e di Giulia?*
- *Qual è la massima distanza fra le case di Marco e di Giulia?*
- *Qual è la distanza minima distanza fra le case di Marco e di Giulia?*

Nota per l'insegnante

Sarebbe opportuno affrontare questo problema simulando le posizioni reciproche delle tre abitazioni sulla lavagna.
È possibile utilizzare anche la LIM importando da Internet delle immagini di case e facendo muovere ai bambini gli edifici per cogliere le relazioni tra le case e la scuola.
Altre domande possibili in questo problema:

- *La distanza fra la casa di Marco e la casa di Giulia può essere di 400 m?*
- *Può succedere che la casa di Giulia si trovi alla stessa distanza dalla scuola e dalla casa di Marco?*
- *Può succedere che la casa di Marco si trovi alla stessa distanza dalla scuola e dalla casa di Giulia?*
- *Sapresti individuare queste situazioni sulla LIM? (o sulla lavagna magnetica?)*

In questo tipo di attività è necessario l'intervento dell'insegnante per "far sentire" ai bambini la *necessità* di modellizzare fisicamente il problema con opportuni strumenti (compasso, cordini, striscia di cartone) e adeguando al contesto le misure (per esempio 30 cm e 40 cm).

Nota per l'insegnante

Questa situazione risulta essere un'occasione per vedere nel compasso non uno strumento che consente di fare delle circonferenze perfette, ma uno strumento che permette di individuare punti che si trovano alla stessa distanza da un punto fissato.

Attività 2

Potrebbe essere interessante proporre un'attività analoga sui quadrilateri.

L'insegnante pone il problema:

Se tagliamo in quattro pezzi una striscia di cartone, possiamo costruire un quadrilatero?

Alcuni penseranno di utilizzare per i quadrilateri la diseguaglianza fra i lati già "scoperta" per i triangoli. In ogni caso si potrebbe riproporre l'attività non solo per riscoprire la relazione fra i lati, ma anche per confermare il fatto che il numero dei *non quadrilateri* è di gran lunga maggiore rispetto al numero dei *quadrilateri.*

La classe viene suddivisa in gruppi formati da quattro o cinque bambini; ad ogni gruppo vengono consegnate una decina di strisce di cartone precedentemente graduate con delle tacche tracciate con un pennarello che le dividono in venti parti uguali; le tacche vengono. La consegna data è: estrarre a sorte tre numeri (si possono utilizzare i numeri della tombola da 1 a 20) e tagliare la striscia di cartone in quattro pezzi: il primo pari a tante unità quante sono quelle indicate dal primo numero, il secondo pari a tante unità quante sono quelle indicate dal secondo numero, il terzo pari a tante unità quante sono quelle indicate dal terzo numero, il quarto sarà ciò che rimane della striscia. Ripetere l'attività dà luogo a nuovi apprendimenti nel momento in cui i bambini realizzano concretamente il quadrilatero corrispondente ad una quaterna di misure "che funziona". Si meraviglieranno sicuramente di trovarsi dinanzi non ad uno, ma a tanti quadrilateri. Come mai? L'insegnante ne farà costruire uno ai bambini con delle cannucce (come già fatto con i triangoli nella Fase 3). Il movimento delle cannucce realizzato con continuità evidenzierà la presenza di "tanti" quadrilateri.

I poligoni articolati hanno diverse applicazioni pratiche anche nella realizzazione di macchine. Nelle foto il pantografo per l'alimentazione elettrica di una motrice ferroviaria e un carrello elevatore per la manutenzione edile.
Puoi vedere anche un video con un carrello elevatore in funzione (https://www.youtube.com/watch?v=nxISY6m2KvI)

Pantografo by Sir_Iwan (CC BY 2.0)

Elevatore by Smial (CC BY-SA 2.0 de)

- *Che cosa cambia nella figura realizzata con le cannucce nel passaggio da un quadrilatero a un altro? I lati rimangono uguali, quindi variano…*
- *Che cosa succedeva nella costruzione del triangolo con le cannucce?*
- *L'insegnante coordinerà la discussione guidando alla conclusione che l'unico poligono indeformabile è il triangolo. Pertanto volendo costruire un triangolo uguale a un altro è sufficiente…*
- *Se ho un quadrilatero e voglio disegnarne un altro uguale, basta avere le misure dei lati? Che cosa occorre conoscere ancora?*
- *E se volessimo rendere fisso il quadrilatero costruito con le cannucce, che cosa si potrebbe fare?*
- *Perché inserendo una diagonale il quadrilatero non si può più deformare?*

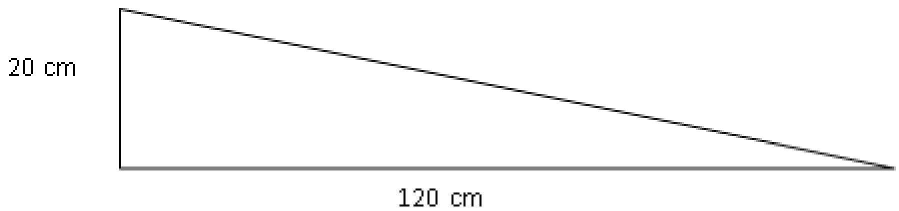
Elementi per prove di verifica

1. Carlo ha quattro cannucce lunghe rispettivamente 6 cm, 8 cm, 11 cm e 18 cm.
In quali casi, prendendo tre di queste cannucce, può costruire un triangolo che le abbia come lati?

Rispondi, precisando la lunghezza dei lati di ogni triangolo costruibile, e giustifica la tua risposta.

2. Il papà di Giulia vuole aiutare la figlia a costruire la sagoma di una casa per le bambole da realizzare con materiale di vario tipo, Per il tetto della casa sono disponibili delle asticelle che misurano: 8 cm, 19 cm, 8 cm, 12 cm. Il papà riesce a costruire il tetto della casa? Quanti tetti diversi può costruire?

3. Poiché il gradino dinanzi a un cancello impedisce l'ingresso per il passeggino di Carletto, il papà decide di realizzare una pedana. Il gradino è alto 20 cm, la distanza della base della pedana dalla base del gradino non deve superare 120 cm. Il papà vorrebbe costruire una pedana lunga 140 cm. La lunghezza della pedana è adatta all'uso che ne vuole fare? Spiega perché.



4. Quanti triangoli diversi puoi costruire con il perimetro di 15 cm, se le misure dei lati devono essere numeri naturali?

5. Considera due segmenti lunghi rispettivamente 8cm e 5cm. Entro quali valori interi si può prendere la misura di un terzo segmento, in modo da poter costruire un triangolo?

Risorse

Documentazione e materiali

INSEGNARE GEOMETRIA: un'esperienza condivisa - Materiali didattici sperimentati (Scarica il relativo pdf "Insegnare geometria" nella scuola secondaria di primo grado a cura di M. Motteran)

Altre attività collegate

"*Alla scoperta delle figure*" di F. Brunelli, M.C Fattori, L. Zottarel
(Visiona il LO alla pagina http://repository.indire.it/repository/working/export/6326/)

"Costruire poligoni" di R. Battisti, F. Brunelli, F. Spinelli, C. Milone
(Visiona il LO alla pagina
http://repository.indire.it/repository/working/export/4193/08.htm)

Video

Giochiamo con le cannucce
(http://www.youtube.com/watch?v=Q4zoFQKEV14&feature=share&list=PLd9mtyaw0MwWOzsRh_qlJw3ul_AMmzZ0u&index=5)

Giochiamo con le cannucce 2
http://www.youtube.com/watch?v=AV-ZpRnDOl0&feature=share&list=PLd9mtyaw0MwWOzsRh_qlJw3ul_AMmzZ0u

Giochiamo con le cannucce 3
http://www.youtube.com/watch?v=AV-ZpRnDOl0&feature=share&list=PLd9mtyaw0MwWOzsRh_qlJw3ul_AMmzZ0u

Attività con il compasso
http://www.youtube.com/watch?v=Nb9QoPjTknw&list=PLd9mtyaw0MwWOzsRh_qlJw3ul_AMmzZ0u&feature=share&index=2

Bibliografia

AAVV, Matematica 2001. *La Matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curricolo di matematica. Scuola primaria. Scuola secondaria di primo grado* (vedi allegato "Matematica 2001")

Anna Maria Arpinati, Mariarosa Musiani, *Matematica in azione multimediale*. Zanichelli, Bologna, 2011.

Sitografia

Alcuni spunti o problemi sono tratti dall'Archivio RMT, Rally Matematico Transalpino, di cui i coordinatori internazionali sono Lucia Grugnetti e Francois Jaquet.
http://www.math-armt.org/
(visitato in febbraio 2021)

Sito dell'INVALSI
http://www.invalsi.it/
(visitato in febbraio 2021)

*Questo percorso didattico è stato realizzato nel 2014 da INDIRE con i fondi del Progetto **PON Matematica (M@t.abel)**, codice B-10-FSE-2010-3, cofinanziato dal Fondo Sociale Europeo.*