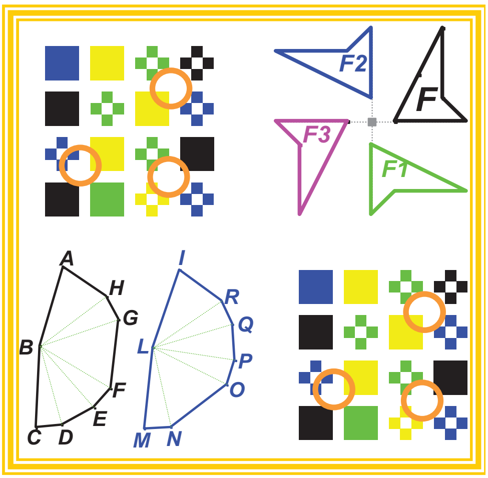
Ufficio Scolastico Regionale per il Veneto – Direzione Generale
Istituto Regionale di Ricerca Educativa del Veneto

INSEGNARE GEOMETRIA
un'esperienza condivisa

Materiali didattici sperimentati nella scuola secondaria di primo grado

a cura di Margherita Motteran



Copertina di Angela Pierri
Logo di Margherita Motteran

Direzione Generale
Riva de Biasio - S.Croce 1299 - 30135 Venezia
Tel 041 2723111
http://www.istruzioneveneto.it
direzione-veneto@istruzione.it

Direttore Generale:
Carmela Palumbo

Responsabile del progetto:
Margherita Motteran - professore a contratto di Didattica della matematica, Università Cà Foscari, SSIS, indirizzo Tecnologico

Editing:
Margherita Motteran

Comitato di redazione:
Gianna Miola, Margherita Motteran

ISBN 978-88-6129-140-9

Finito di stampare nel mese di ottobre 2007 presso la CLEUP
Via G. Belzoni, 118/3 – Padova
www.cleup.it

INDICE

GLI AUTORI DEI MATERIALI DIDATTICI

Itinerario didattico — *di R. Bottazzo, M. Lancellotti, C. Laveder, M. Motteran, P. Pelli, T. Pinto, L. Rappo L. Rocco, T. Zaia, F. Taverna,*

Schede di lavoro (*tranne la scheda 4*) — *di Margherita Motteran*

Scheda di lavoro 4 — *di Loretta Rappo*

Prove di verifica — *di R. Bottazzo, G. Candido, M. Lancellotti, C. Laveder, M. Motteran, P. Pelli, T. Pinto, L. Rappo, L. Rocco, T. Zaia, F. Taverna .*

Dati sulle prove di verifica e Note sulla valutazione — *di Margherita Motteran*

PRESENTAZIONE

Carmela Palumbo
Direttore Generale Ufficio Scolastico Regionale per il Veneto

Come si costruisce qualche idea sulla matematica?

Si conta, si confrontano oggetti fin dalla più tenera età, ma sono azioni quasi istintive, sulle quali non si riflette. Per quasi tutti, la parola "matematica" entra nella vita con l'inizio della scolarizzazione, dove s'incontrano con molta frequenza termini come *esegui, calcola, determina, trova*. Di rado si legge *immagina*, *costruisci, rifletti*, *spiega. Dimostra* entra nel linguaggio scolastico più avanti, spesso dopo la scuola secondaria di primo grado, per alcuni ragazzi mai. Un fedele compagno di viaggio è invece *risolvi*, che potrebbe sollecitare curiosità, suscitare un senso di sfida, ma spesso si spende per questioni simili tra loro, e avvertite, dai ragazzi, come qualcosa d'estraneo. Eppure il problema è un motore del pensiero matematico, ha aperto orizzonti, sollecitato idee.

La televisione e il cinema offrono spesso un'immagine un poco surreale dei matematici, suggerendo l'ipotesi che siano persone diverse dalle altre (Beautiful Mind) o dei "tuttosolutori". La realtà è abbastanza diversa. La maggior parte dei professionisti di questo ambito sono persone socialmente integrate, che potrebbero svolgere altre professioni. Non esiste il matematico di "Numbers", che sa come rispondere ad ogni quesito, ma molti scienziati hanno risolto questioni particolari, anche complesse, e contribuito a risolvere problemi di notevole influenza nella vita quotidiana.

Per questi ed altri motivi, l'idea della matematica che molti allievi si fanno si nutre di stereotipi.

Questa scienza ha iniziato il suo cammino aiutando l'uomo a risolvere problemi quotidiani, come la contabilità commerciale, la ridefinizione dei confini dopo un'alluvione, lo studio dei moti stellari. È diventata più efficiente, quando il pensiero è divenuto uno dei suoi strumenti, permettendo di ottenere risultati più affidabili e in minor tempo. La scrittura indoarabica dei numeri ha reso più rapido e sicuro il calcolo aritmetico. Il calcolo letterale ha favorito la costruzione di modelli generali, ma la parola rimane uno strumento fondamentale del lavorio matematico.

L'educazione matematica promossa nelle scuole dovrebbe mantenere traccia della ricchezza accumulata nei secoli e coinvolgere gli alunni quali co-costruttori del proprio sapere.

Durante la sperimentazione da cui hanno avuto origine i materiali di questo volume, si è cercato di sollecitare la partecipazione attiva degli allievi, invitandoli spesso ad osservare, pensare, descrivere, disegnare costruire, giustificare. Obiettivo: una matematica "amica".

Benedetto Scimemi
Rappresentante dell'Università nel C.d.A. dell' ex IRRE-Veneto

Il valore educativo della geometria è ineguagliabile, soprattutto nella scuola primaria e secondaria di primo grado, tanto per introdurre concetti astratti quanto per iniziare i ragazzi all'osservazione, alla misura e al disegno, alla visualizzazione dei dati e alla rappresentazione dei fenomeni naturali. E allora perchè si tende a toglierle spazio e a trascurarla sempre di più? In parte dipende da certi docenti, che trovano più comodo far memorizzare procedimenti risolutivi e formule algebriche piuttosto che dedicare tempo a insegnare l'attenzione, la precisione e ... il ragionamento. Ma c'è una motivazione meno colpevole: i testi scolastici in circolazione non sono molto soddisfacenti: troppo astratti e difficili, o troppo dispersivi, o altri difetti. Non si può pretendere, d'altra parte, che uno stesso libro basti al docente per preparare la lezione ma anche allo studente per impadronirsi di concetti e metodi.

Il materiale che qui presentiamo è tutto a uso del docente ed è frutto di un lungo lavoro di preparazione e verifica: sotto l'egida dell'IRRE-Veneto, una dozzina di volonterosi docenti, amanti della geometria e consapevoli delle sue difficoltà didattiche, nel corso degli anni scolastici dal 2003 al 2006 si sono periodicamente riuniti a discutere, sotto il coordinamento della nostra ricercatrice Margherita Motteran, quali argomenti, quali metodi, che tipo di prove di valutazione possano offrire maggior garanzia di successo. I materiali prodotti da questi confronti sono stati poi collaudati sul campo, coinvolgendo un centinaio di docenti e oltre duemila studenti delle scuole del Veneto. L'apprezzamento degli insegnanti coinvolti nella sperimentazione è andato oltre ogni aspettativa e ha suggerito prima una revisione generale, alla luce dell'esperienza, e poi la pubblicazione di questo materiale didattico.

Al gruppo di progetto e segnatamente alla prof.ssa Motteran, che è autrice della maggior parte delle schede, l'IRRE-Veneto esprime un sincero ringraziamento, anche a nome dei tanti insegnanti di matematica che in queste pagine troveranno senza dubbio un utilissimo strumento di lavoro.

Maddalena Carraro
Presidente ex IRRE Veneto

L'IRRE del Veneto si è proposto l'arduo obiettivo di lavorare con le scuole, per le scuole e nelle scuole, per aiutare i docenti ad operare ogni giorno scelte innovative.

L'approccio da parte di chi insegna nei confronti di chi apprende impone un grande impegno soprattutto nella scelta di strategie che coinvolgano l'alunno, favorendone gli interessi e i desideri nell'approfondimento autonomo di quanto viene proposto.

I materiali di questa guida sono il frutto di un'attività di ricerca didattica promossa dall'IRRE Veneto, che negli ultimi anni si è proposto come un grande laboratorio itinerante, in cui si sono prodotti, si sono raccolti e si sono considerati un plus valore tutti i contributi di quanti hanno a cuore una moderna educazione.

Il gruppo di ricerca

- Raffaella Bottazzo, S.M.S "Marco Polo ", Carmignano di Brenta, (PD)
- Giuseppe Candido, S.M.S."Tartini", sez. “Galilei”, Padova
- Marilena Lancellotti, S.M.S. "Nicolò da Conti", Sottomarina (VE)
- Chiara Laveder, S.M. "Don Bosco", Padova
- Patrizia Pelli, S.M.S. "Rocca", Feltre (BL)
- Teresa Pinto, I.C. "Bizio", Longare (VI)
- Loretta Rappo, I.C. "Torri", Torri di Quartesolo (VI)
- Luciana Rocco, Istituto Comprensivo di Trichiana, sede Limana, (BL)
- Fernanda Taverna, S.M.S. "Rocca", Feltre (BL)
- Teresa Zaia, Scuola Secondaria di primo grado di Orsago (TV)
- Margherita Motteran, ricercatore IRRE Veneto dal 1998 al 2006, docente SSIS Veneto.

I docenti che hanno partecipato alla sperimentazione per almeno un triennio

Dora Buzzat, Feltre (BL); Mirka Cavalet, Belluno; Anna Da Rin, Belluno; Paola D’Ambros, Quero (BL); Palmira Gorza, Feltre (BL); Patrizia Pelli, Feltre (BL); Gabriella Pilla, Feltre (BL); Luciana Rocco, Trichiana (BL); Fernanda Taverna, Feltre (BL); Paola Zollet, Pedavena (BL).

Vilma Bortoloni, Stanghella (PD); Raffaella Bottazzo; San Giorgio in Bosco (PD); Giuseppe Candido, Padova; Chiara Laveder, Padova.

Margherita Biscaro, Arquà Polesine (RO); Marina Nicolodi, Adria (RO); Daniela Olivo, Rovigo.

Caterina Folegotto, Sarmede (TV); Teresa Zaia, Codognè (TV).

Barbara Andreoli, Mira (VE); Manuela Baita, Mira(VE); Giuseppina Grassi, Cavarzere (VE); Marilena Lancellotti, Sottomarina (VE).

Sivano Biondi, Longare (VI); Giuseppe Gallo, Torri di Quartesolo (VI); Mauro Gottardo, Longare (VI); Francesco Grosselle, Torri di Quartesolo (VI); Teresa Pinto, Longare (VI); Loretta Rappo, Torri di Quartesolo (VI); Eric Rossi, Longare (VI).

Giuseppe Modenini, Villafranca (VR); Anna Pierotti, Villafranca (VR); Eugenio Sblendorio, Villafranca (VR).

INTRODUZIONE

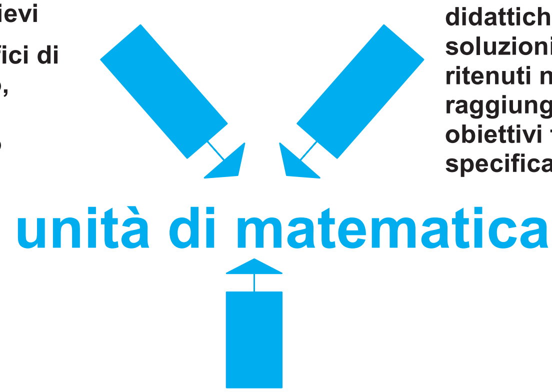
La struttura e il contenuto del volume

Margherita Motteran[1]

Nella scuola secondaria di primo grado, l'educazione matematica segue un itinerario formativo complesso, che è opportuno organizzare in Unità, ognuna delle quali dovrebbe contenere gli elementi indicati in questo schema.

- **Obiettivi formativi adatti e significativi per i singoli allievi**
- **Obiettivi specifici di apprendimento, standard di apprendimento**

Attività educative e didattiche, metodi, soluzioni organizzative ritenuti necessari per raggiungere gli obiettivi formativi specificati



Valutazione
- delle conoscenze e delle abilità acquisite
- dell'attitudine dell'Unità a maturare le competenze di ciascun allievo

I materiali didattici raccolti in questo volume sono stati costruiti tenendo conto del comportamento cognitivo degli alunni e delle riflessioni degli insegnanti, con l'obiettivo di favorire l'impostazione e la risoluzione di problemi, la costruzione di modelli, l'attitudine a sviluppare argomentazioni, l'affinamento del linguaggio naturale e la comprensione di quello specifico. Essi sono organizzati in sei Unità di Geometria, due per ogni anno scolastico. Ogni Unità comprende una o più tabelle con indicazioni sui contenuti e le abilità da acquisire, da sei a dodici schede di lavoro, una o due prove di verifica.

Le norme riguardanti l'autonomia scolastica affidano alle singole istituzioni scolastiche la definizione puntuale degli standard

[1] professore a contratto nell'Università Ca' Foscari, insegnamento di "Didattica della matematica", SSIS, indirizzo Tecnologico.

d'apprendimento da adottare localmente. Pertanto, in questo volume, non sono precisati, ad esempio, i requisiti minimi di sufficienza.

Per uso didattico, si consiglia d'ingrandire i testi delle prove di verifica con rapporto 1,2 rispetto all'originale (in questo modo, si ottiene un testo con caratteri in corpo 12).

a. Le tabelle dei contenuti e delle abilità

a1. La tabella dei prerequisiti

In questa tabella, la colonna a sinistra elenca alcune abilità che, nelle Indicazioni per il Curricolo del Ministero della Pubblica Istruzione (2007), sono comprese tra gli obiettivi d'apprendimento da raggiungere alla fine della scuola primaria. Ad esse si è fatto riferimento nella scelta degli obiettivi specifici della prova d'ingresso alla scuola secondaria di primo grado (paragrafo 1b) descritti nella colonna a destra. All'inizio, si suggeriscono alcune azioni di recupero mirate, progettate tenendo conto anche dei dati ottenuti durante la sperimentazione.

a2. Le tabelle successive

All'inizio di ogni tabella, in corrispondenza a Periodo, si suggerisce, per lo svolgimento dell'attività didattica, una scansione temporale che, dopo una sperimentazione quadriennale, sembra poter armonizzare il rispetto dei ritmi d'apprendimento degli alunni con uno svolgimento soddisfacente di tutti gli argomenti di geometria.

Nelle due colonne Conoscenze e abilità, sono elencate le conoscenze da acquisire e le abilità da tenere in particolare considerazione in ogni periodo. Esse sono collegate con le osservazioni e le attività descritte nelle corrispondenti caselle a destra.

Nella prima colonna a destra, Note didattiche, sono riportate alcune riflessioni e qualche indicazione didattica raccolte durante incontri tra docenti. Le attività didattiche proposte sono spesso collegate con le schede di lavoro contenute nel paragrafo successivo. Queste note, come le schede di lavoro, non sono essenziali per il raggiungimento degli obiettivi indicati in queste pagine, ma chi le ha usate le giudica utili. Questo volume si propone soltanto di metterle a disposizione dei docenti.

b. Le schede di lavoro

Le schede di lavoro sono coerenti con i contenuti e le abilità descritti nelle tabelle, con cui sono esplicitamente collegate, e sono state costruite tenendo conto degli esiti delle prove di verifica e delle osservazioni presentate dai docenti coinvolti nella sperimentazione. Vi si leggono sovente inviti a rappresentare, osservare, riflettere, spiegare, giustificare, con l'obiettivo di sollecitare la partecipazione attiva degli alunni e di incoraggiare il loro sviluppo matematico nel corso del tempo. Alcune sono mirate alla comprensione di punti che gli esiti delle prove di verifica hanno mostrato essere critici. Le schede possono essere utilizzate sia nel corso della normale attività di insegnamento sia in azioni di recupero.

Le schede di lavoro sono seguite da alcune note che ne descrivono gli obiettivi o forniscono qualche indicazione didattica.

c. Le prove di verifica

Ogni Unità comprende una o due prove di verifica. La pluralità delle abilità e degli argomenti coinvolti in ogni prova ne fa uno strumento utile per valutare l'acquisizione di competenze.

Il testo di ogni prova è seguito da una tabella, in cui si esplicitano, tra le abilità e i contenuti specifici coinvolti in ogni quesito, quelli considerati più rilevanti e si fornisce qualche indicazione per raggrupparli in obiettivi generali. Gli obiettivi d'ogni prova sono coerenti con quelli delle tabelle abilità/contenuti e delle schede di lavoro, che la precedono. Nella valutazione della rilevanza delle abilità coinvolte, si è tenuto conto anche delle risposte fornite dagli allievi nella prima somministrazione.

In prove diverse, sono stati inseriti alcuni quesiti uguali o sono state coinvolte abilità analoghe, per favorire la comprensione dei processi d'apprendimento degli alunni, mediante il confronto tra le risposte fornite in prove distanziate nel tempo.

Il testo di ogni prova e il tempo necessario per la sua esecuzione sono stati definiti dopo almeno due successive somministrazioni.

I dati raccolti, con una valutazione analitica dei risultati conseguiti nelle prove, consentono di tracciare profili sulla situazione d'apprendimento delle classi e dei singoli allievi.

d. Esiti delle prove di verifica e Note sulla valutazione

Il curatore del volume ha condotto una ricerca sul comportamento cognitivo degli alunni coinvolti nella sperimentazione, da cui hanno origine questi materiali didattici. Da tale lavoro sono tratti i grafici, le riflessioni e le tabelle, che precedono i testi di alcune prove di verifica.

Nelle note sulla valutazione, contenute nel settimo capitolo, s'intende soltanto dare qualche suggerimento pratico, che tiene conto dell'esperienza professionale di molti docenti.

UNITÀ 1: DAI PUNTI AGLI ANGOLI

1a. Contenuti e Abilità

<table>
<tr><td colspan="2">Situazione iniziale</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Prerequisiti: settembre – ottobre</td></tr>
<tr><td>Abilità
Essere in grado di:
- utilizzare consapevolmente termini specifici, simboli ed espressioni matematiche riguardanti numeri, figure, dati, relazioni;
- comprendere il significato delle singole parti di una definizione o del testo di un problema;
- interpretare visualizzazioni;
- descrivere fatti e procedimenti;
- rappresentare figure geometriche e relazioni;
- giustificare affermazioni;
- risolvere semplici problemi di applicazione dell'aritmetica alla geometria;
- eseguire misure utilizzando gli strumenti di misura fondamentali.

Avere compreso, a livello intuitivo alcuni concetti:
- retta, semiretta, segmento, angolo, perimetro, area;
- volume, scomponibilità, equiestensione.</td><td>Le prime azioni:

Si verifica la preparazione iniziale con una prova d'ingresso costituita da quesiti a risposta aperta e da quesiti a scelta multipla concernenti i seguenti obiettivi specifici:
- comprendere un testo verbale;
- comunicare verbalmente;
- interpretare visualizzazioni;
- visualizzare dati per consegna;
- visualizzare i dati facoltativamente;
- giustificare (argomentare);
- porre in relazione;
- risolvere problemi;
e sui seguenti argomenti:
- punti, rette, segmenti;
- angoli, rette perpendicolari, rette parallele;
- poligoni;
- figure solide.</td></tr>
<tr><td></td><td><u>Prova d'ingresso</u>:
settembre-5 ottobre</td></tr>
<tr><td colspan="2">La prova (paragrafo 1b) è stata somministrata per quattro anni scolastici consecutivi, con esiti simili ogni anno. I dati ottenuti, riguardanti oltre 3000 alunni e circa 160 classi, sono certamente affetti da errori ma è opportuno tenerne conto e, quindi, dare rilevanza, nell'attività didattica, alla comprensione del testo, alla conoscenza di definizioni, alla giustificazione dei procedimenti seguiti e, in modo particolare, alla costruzione di rappresentazioni grafiche.</td></tr>
</table>

Periodo: settembre – ottobre		
Gli argomenti indicati in carattere *corsivo* non sono stati svolti, nel periodo indicato, da alcuni dei docenti che hanno partecipato alla sperimentazione.		
Conoscenze	**Abilità**	**Note didattiche** (attività, riflessioni, …)
- Gli enti fondamentali della geometria: - linee aperte e chiuse; - punto, retta, piano e loro proprietà (retta per due punti distinti, densità e ordinamento dei punti di una retta).	-Comprendere e usare in modo consapevole termini appropriati; -comprendere un testo specifico; -conoscere in modo corretto le definizioni e comprenderne il senso; -comunicare con chiarezza e correttezza sintattica; -costruire visualizzazioni; -interpretare visualizzazioni; -utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità; -giustificare affermazioni.	**Attività** ☺ -Riconoscere linee aperte e chiuse, superfici (anche non piane), volumi in oggetti reali; -disegnare alcuni oggetti riconducibili a figure piane o solide fondamentali (la lavagna, una scatola, una matita, un barattolo,.….) e riconoscere qualche ente geometrico fondamentale. **Riflessioni** - Forse non è il caso di fare imparare definizioni di "punto", "retta", "piano"; si solleciti la costruzione di "immagini mentali"; per alcuni allievi è difficile immaginare un punto o una retta ….; - Come si può parlare di piano senza parlare di spazio? Accennare allo spazio e a rette incidenti un piano, ma soltanto con riferimento a oggetti reali, per costruire immagini mentali.

Periodo: ottobre		
Conoscenze	**Abilità**	**Note didattiche (attività, riflessioni, …)**
-Posizioni di una retta rispetto al piano: retta giacente, *retta incidente, retta esterna*; -posizioni reciproche di due rette: rette incidenti, rette parallele (nel piano), rette coincidenti;	-Conoscere in modo corretto le definizioni e comprenderne il significato; -comprendere il ruolo della definizione in matematica; -comunicare con chiarezza e correttezza sintattica; -costruire visualizzazioni;	**Attività** ☺ -Se gli alunni incontrano difficoltà ad apprendere le definizioni e a comprenderne il significato, o non sembrano motivati a farlo, si può provare a costruire gradualmente qualche definizione seguendo un processo di affinamento progressivo (per esempio, si può rappresentare una retta che ha in comune un solo punto con un piano, chiedere agli allievi di descrivere la figura usando le loro parole e notare che il termine “incidente” è coerente con l’immagine

- *rette parallele nello spazio, rette sghembe*;	-interpretare visualizzazioni; -utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità; -giustificare affermazioni.	mentale; potrebbe essere interessante anche guidare gli alunni alla definizione di “rette sghembe”). -Passare dalla rappresentazione grafica alla definizione e viceversa, evidenziando gli errori con esempi; -descrivere con parole proprie situazioni geometriche riconoscibili in modelli reali, anche costruiti *ad hoc*. **Riflessione** Si può usare il linguaggio insiemistico (che potrebbe essere introdotto e subito utilizzato) ma è opportuno fare attenzione: ad esempio, l'intersezione fra una retta incidente un piano e il piano stesso è un <u>insieme</u> che ha come unico elemento il punto d'intersezione.
-Semiretta e segmento; -segmenti consecutivi, segmenti adiacenti, segmenti incidenti; -nozione intuitiva di congruenza; -confronto tra segmenti, -somma e differenza di due segmenti; -punto medio di un segmento -multipli e sottomultipli; -distanza tra due punti.	-	**Attività** ☺ - “Scoprire” il postulato riguardante l’appartenenza di una retta a un piano (**Scheda 1).** - Per comprendere il significato delle definizioni e controllarne la correttezza, passare dalla rappresentazione grafica alla definizione e viceversa (**Schede 2 e *3*).** - Costruire esempi grafici e spostare oggetti, per intuire il concetto di congruenza **(Scheda 4A-B)**; **-** visualizzare utilizzando più colori; - confrontare segmenti, usando listelli non graduati (ad esempio, di cartoncino, che si può piegare) oppure il compasso; - costruire multipli e riconoscere sottomultipli di segmenti. -<u>È stato rilevato</u> che, all’inizio della prima media, una percentuale alta di alunni non è in grado di operare con le frazioni **(Scheda 5).** **Riflessioni** -Si può usare il linguaggio insiemistico ma con attenzione: ad esempio, l'intersezione di due segmenti consecutivi è uno dei punti

		"estremi"; - Può essere utile proporre l'etimologia di alcuni termini specifici o leggerne la traduzione in altre lingue.
Periodo: novembre		
Conoscenze	**Abilità**	**Note didattiche (attività, riflessioni, …)**
Misura: **-** la misura delle lunghezze, il sistema metrico decimale, le unità di misura del Sistema Internazionale; - tabelle di conversione tra unità di misura di grandezze omogenee; - approssimazione delle misure.	- Scegliere le grandezze da misurare e gli strumenti di misura, anche tecnologici; esplicitare le unità di misura utilizzate; - conoscere le relazioni tra unità di misura diverse di grandezze omogenee.	**Attività** ☺ 1) Sul cambio di unità di misura: -Confrontare misure di uno stesso oggetto (un banco, il lato più lungo della cattedra) rispetto a unità diverse (listelli di lunghezza prefissata presa come unità, spanne, avambraccio, metri da sarta, doppi decimetri): **(Schede 6 e 7).** 2) Sull'approssimazione (risultati diversi nelle misure): -Confrontare misure di uno stesso oggetto eseguite con strumenti diversi e da alunni diversi (ad es. misura del lato più lungo della cattedra fatta con un metro da sarta, con un doppio decimetro, con righelli graduati di marca diversa; la lunghezza del corridoio a "passi" di alunni diversi e con un metro di legno). 3) Sull'approssimazione (Il risultato corretto può non essere quello "con la virgola"...): **(Scheda 8)**. 4) Sull'approssimazione (Stimare misure e risultati di calcoli): - Esempi di domanda:"Quanti metri potrebbe misurare il lato più lungo della lavagna? Quanti metri potrebbe essere alto un condominio di tre piani,se il primo piano è a livello del terreno?"
	-Risolvere problemi sui segmenti: -individuare i dati da cui partire e l'obiettivo da conseguire; -schematizzare la	**Attività** ☺ -Osservare situazioni, porre e risolvere problemi **(Scheda 9)**. - Risolvere graficamente problemi sui segmenti (ad esempio: "Se con un

	situazione allo scopo d'elaborare in modo adeguato una possibile procedura risolutiva; -esporre con chiarezza il procedimento risolutivo seguito e confrontarlo con altri eventuali procedimenti; -fare e valutare approssimazioni.	elicottero andassimo da Venezia a Piacenza e dovessimo fermarci a Verona oppure a Bologna, quale meta intermedia ci converrebbe scegliere, per ottenere il minore percorso complessivo?” Bastano una carta geografica, un compasso, un righello e una matita.); - risolvere problemi a partire da disegni; - giustificare per iscritto e oralmente le risposte.
	Periodo: dicembre	
Conoscenze	**Abilità**	**Note didattiche (attività, riflessioni, …)**
- L’angolo: definizione, disegno, simbologia; -angoli concavi e angoli convessi; -angoli consecutivi, angoli adiacenti; -angoli opposti al vertice; -trasporto di angoli; -confronto tra angoli; -somma e differenza di angoli; --bisettrice di un angolo; -multipli e sottomultipli di un angolo.	- Conoscere in modo corretto le definizioni e comprenderne il significato; - comprendere il ruolo della definizione in matematica; - comunicare con chiarezza e correttezza sintattica; - costruire visualizzazioni; - interpretare visualizzazioni; - utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità.	**Attività** ☺ - Per comprendere il significato delle definizioni, passare dalle rappresentazioni grafiche alla definizione e viceversa **(Schede 10, 11, 12)**. - Costruire multipli e sottomultipli di un angolo, utilizzando piegature della carta. **Osservazione** Si può usare il linguaggio insiemistico, ma attenzione: l'intersezione di due angoli consecutivi è "soltanto" uno dei lati, compreso il vertice. Si può mettere in evidenza l'importanza del termine "soltanto".
		<u>Seconda prova scritta</u>: 10-25 gennaio
<u>- Le misure angolari;</u> -le unità di misura del Sistema Internazionale; -tabelle di conversione tra unità di misura di	- Scegliere le grandezze da misurare e gli strumenti di misura; - esprimere le misure esplicitando le unità pertinenti;	**Attività** ☺ - Costruire un sottomultiplo assegnato usando il goniometro (ad esempio, disegnare un angolo convesso, misurarlo con il goniometro, calcolare la misura di un angolo che sia1/3 dell’angolo disegnato, dise-

grandezze omogenee; -approssimazione delle misure.	- conoscere le relazioni tra unità di misure diverse di grandezze omogenee.	gnare un angolo avente la misura calcolata, piegare la carta in modo da evidenziare un angolo che sia 1/3 di quello già disegnato, confrontare questo angolo con quello appena disegnato. Si potrebbe verificare se i calcoli con gradi e primi sono stati eseguiti correttamente); - descrivere a parole come si usa il goniometro per misurare un angolo convesso o un angolo concavo; - risolvere problemi che richiedono l'uso delle misure angolari. **Osservazione**. Durante la sperimentazione si è notato che una percentuale rilevante di alunni commette errori o non risponde alla richiesta di dividere per un numero intero una misura espressa in gradi, primi e secondi.

1b. **La prima prova** (prova d'Ingresso) **e i suoi obiettivi**

Questa prova è stata costruita con l'intento di ottenere informazioni significative sulla competenza matematica degli alunni all'inizio della scuola secondaria di primo grado.
Gli obiettivi cognitivi e il linguaggio dei quesiti sono stati concordati con alcuni docenti della scuola primaria, tenendo conto di consuetudini didattiche riscontrabili in questo ordine scolastico. Per questo motivo, ad esempio, nel quesito 5 si parla di base e altezza di un rettangolo (sovente sono denominati in questo modo, due lati consecutivi di un rettangolo) e nel quesito 13d non si è aggiunto il termine "convesso" (di solito nella scuola primaria non si parla di angoli concavi).
La prova può essere somministrata tutta in una volta (15 quesiti, 60 minuti netti) oppure in due fasi distinte (quesiti da 1 a 7, 30 minuti netti; quesiti da 8 a 15, 30 minuti netti).
Il testo è seguito da due tabelle, che forniscono indicazioni sui contenuti e le abilità coinvolti in ogni quesito della prova.
Ogni anno (fig. 1), meno della metà degli alunni ha risposto correttamente alla richiesta di visualizzare i dati di alcuni problemi (Vis_Obbl_Esact), mentre è rilevante la percentuale delle astensioni (Vis_Obbl_Manc).

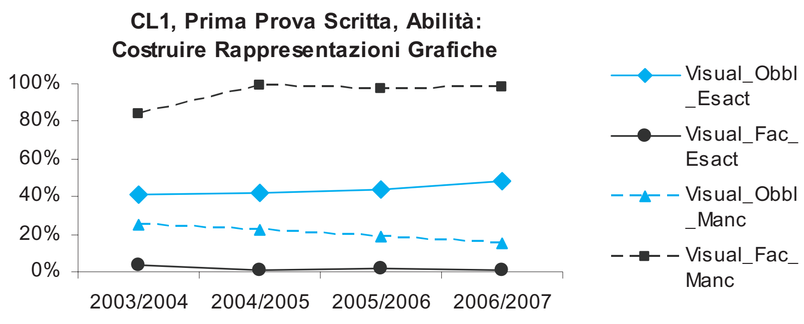


Figura 1

Nei quesiti in cui l'uso di un disegno è stato solo suggerito, sono state riscontrate pochissime visualizzazioni corrette (Vis_Fac_Esact) ma la percentuale delle astensioni supera il 95% (Vis_Fac_Manc).
In questo quaderno si sollecita sovente la costruzione di rappresentazioni grafiche, per favorire la comprensione di concetti, la formulazione di congetture, la risoluzione di problemi. Nelle opere di grandi matematici (citiamo soltanto *Sulla sfera e il cilindro* di Archimede e l' *Arithmetica Universalis* di Newton) le figure esplicative non hanno un ruolo puramente chiarificatore ma fungono da supporto e sono parte integrante di dimostrazioni e della risoluzione di problemi.

PROVA D'INGRESSO di MATEMATICA: (prima parte)

COMPRENSIONE DEL TESTO, CONOSCENZA E COMPRENSIONE DI ELEMENTI DI BASE DI GEOMETRIA

Prima classe della scuola secondaria di primo grado

Anno scolastico ....

NOME E COGNOME ….........….......……………… CLASSE …………

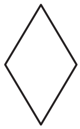
QUESITI

1) Che figure sono?

- a)

a) ……..........……

- b)



b) …...........……

Scrivi perché hai dato queste risposte.

Figura a) --

Figura b) --

2) Leggi attentamente la seguente frase e completa le affermazioni successive inserendo il termine esatto scelto fra i giorni della settimana *(Puoi aiutarti con un disegno)*:

" Ieri, mercoledì, ho incontrato Paolo che mi ha portato i saluti di Antonio da lui incontrato il giorno prima e mi ha detto che oggi vedrà Ivan e sabato incontrerà Andrea in piscina, dove andrà un giorno prima di me".

- ❑ Paolo vede Ivan ....
- ❑ Paolo incontra Antonio ....
- ❑ Paolo va in piscina ....
- ❑ Io vado in piscina ....
- ❑ Paolo mi ha incontrato ....

3) Il medico ha pesato Elena, Lucia, Carla e Katia. Ha quindi notato che:

- Elena pesa meno di Lucia;

- Carla pesa più di Lucia;

- Katia pesa meno di Elena.

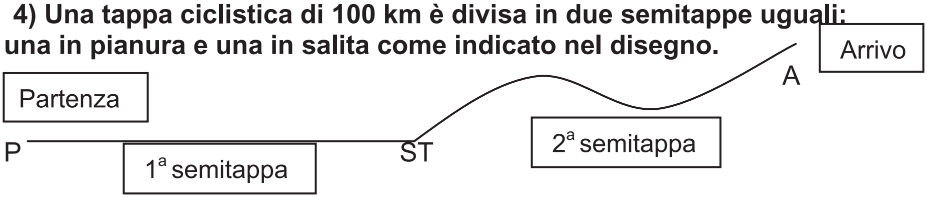
Rispondi alle seguenti domande:

-Pesa di più Lucia o Katia? -----------------------------

-Chi pesa più di tutte? ------------------------------

-Chi pesa meno di tutte? -----------------------------

4) Una tappa ciclistica di 100 km è divisa in due semitappe uguali: una in pianura e una in salita come indicato nel disegno.



Quanti km misura ogni semitappa?

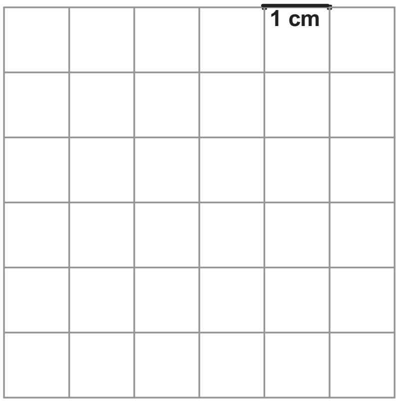
1ª semitappa = ………… km 2ª semitappa = ………… km

5) <u>Leggi attentamente</u> il testo del seguente problema:

"In un rettangolo, la diagonale misura 5 cm, la base misura 3 cm e l'altezza supera la base di 1 cm. Si calcoli l'area."

a) Elenca <u>tutti</u> i dati del problema. ....
....

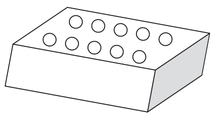
b) Elenca <u>solo i dati che useresti</u> per risolvere il problema.
....
....



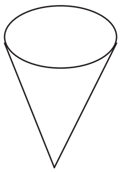
c) Rappresenta con un disegno <u>solo i dati che useresti</u> per risolvere il problema.

6) Scrivi sotto ciascuna di queste forme il nome di un oggetto della vita quotidiana, che può essere collegato con essa.

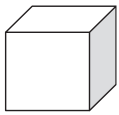
a)....................................



b) ....

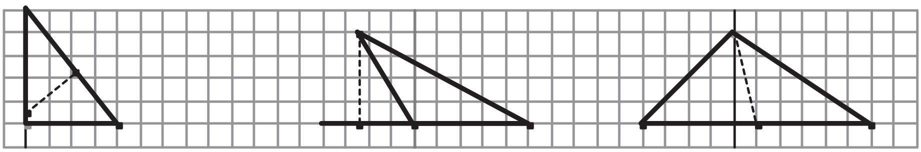


c)....................................



d) ....

7) Che cosa rappresenta il *<u>segmento tratteggiato</u>*, in ognuno dei seguenti triangoli?



a)
- ❑ altezza
- ❑ mediana
- ❑ nessuna di queste

b)
- ❑ altezza
- ❑ mediana
- ❑ nessuna di queste

c)
- ❑ altezza
- ❑ mediana
- ❑ nessuna di queste

PRIMA PROVA DI VERIFICA di MATEMATICA (seconda parte)
Anno scolastico ....
NOME E COGNOME ……………….........…........…… CLASSE I ....

QUESITI

8) Vero o falso? (*Segna con una crocetta le risposte esatte*)

a) Il rombo è un quadrato. VERO FALSO

b) I lati di un rettangolo sono paralleli. VERO FALSO

c) I lati di un rettangolo sono a due a due paralleli. VERO FALSO

9) <u>Leggi attentamente</u> il testo del seguente problema:
Trova la lunghezza di ciascuno dei due segmenti AB e CD, sapendo che la loro somma è 30 cm e che il primo è il doppio del secondo.

Ora, **<u>senza risolverlo</u>**, rispondi alle seguenti domande:

9a) Di quali enti geometrici si parla nel problema?
……………………………………………………

9b) Quali sono i nomi di questi enti geometrici?
……………………………………………………

9c) Dal testo, si capisce quale dei due è maggiore? (*Indica con una crocetta la risposta vera*)
□ SÍ, è il segmento ….………………….; □ NO, non si capisce.

9d) Quanto misurano insieme?
……………………………………………………

9e) Che cosa devi scoprire?
………………………………………………………………………

9f) Che cosa significa che "***il primo è il doppio del secondo***"?
…………………………………………………………………

9g) Che cosa si chiede di calcolare con la parola "ciascuno"? (*Indica con una crocetta la risposta vera*)
- ❑ La lunghezza di entrambi.
- ❑ La loro somma
- ❑ La loro differenza.
- ❑ La lunghezza di uno di essi.

9h) Spiega che cosa significa "la loro somma".
…………………………………………………………………………

10a) Disegna un segmento. Disegna un secondo segmento quadruplo del primo. Disegna un terzo segmento che sia metà del secondo.

10b) Il terzo segmento, rispetto al primo, risulta (*Indica con una crocetta la risposta vera*)

❑ Uguale ❑ la metà ❑ il doppio ❑ la quarta parte

11a) Disegna due segmenti tali che il primo (*AB)* sia 3/5 del secondo segmento (*CD*).

segmento *AB*:

segmento *CD*:

11b) Se il primo segmento misura 6 cm, quanto misura il secondo segmento?

Il secondo segmento misura ……………………………………….

12a) Disegna una retta *a*; disegna una retta *b* che sia perpendicolare ad *a*; disegna una retta *c* che sia perpendicolare a *b*.

12b) Come risulta la retta *c* rispetto alla retta *a*?

La retta *c* ………………………………………………………

13) Qual è, in ogni coppia di frasi, la frase giusta? (*Indicala con una crocetta*)

$13a_1$) Un angolo piatto ha come lati due semirette opposte.

$13a_2$) Un angolo si dice piatto se ha per lati due semirette coincidenti.

$13b_1$) Un angolo è una parte di piano delimitata da due semirette aventi l'origine in comune.

$13b_2$) Un angolo è una parte di piano delimitata da due segmenti aventi un estremo in comune.

$13c_1$) La bisettrice di un angolo è un segmento che divide l'angolo in due parti.

$13c_2$) La bisettrice di un angolo è una semiretta che divide l'angolo in due parti congruenti.

$13d_1$) Un angolo si dice ottuso se è minore di un angolo piatto.

$13d_2$) Un angolo si dice ottuso se è maggiore di un angolo retto.

14) Metti al posto dei puntini la parola giusta, scelta tra quelle elencate qui sotto:

convessi, piani, acuti, di uguale lunghezza, paralleli.

a) Un triangolo si dice isoscele se ha due lati ……….

b) Un triangolo avente tutti gli angoli ………. si dice acutangolo.

15) In ogni proposizione, sottolinea il termine errato.

a) Nel piano, due rette che non hanno punti in comune sono perpendicolari

b) Un punto divide una retta in due segmenti.

c) Due rette che formano quattro angoli piatti sono perpendicolari

d) Due rette che hanno due punti in comune si dicono incidenti..

CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA
CL1_pr1 anno .... mese ....

CONTENUTI

NUMERI QUESITI CONTENUTI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
- Punti, rette, segmenti	Punti, rette, segmenti															
- Somma di segmenti																
- Multipli e sottomultipli di segmenti																
- Rette perpendicolari, rette parallele																
- Proprietà degli angoli	Angoli															
- ILti, angoli di un triangolo	Poligoni															
- Altezze, mediane di un triangolo																
-Quadrilateri particolari																
- Figure solide	Figure solide															

Tabella 1

ABILITÀ

NUMERI QUESITI ABILITÀ		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati	COMPRENDERE									g						a,b ,c
-Comprendere definizioni, enunciati, proprietà										b						d
- Comprendere un testo specifico										a-d						
- Riconoscere tutti i dati forniti nel testo di un problema																
- Interpretare visualizzazioni																
- Descrivere simboli, oggetti, termini	COMUNICARE									h						
- Visualizzare (figure, grafici) per consegna																
- Visualizzare per scelta																
-Giustificare affermazioni con semplici ragionamenti concatenati	ARGOMENTARE															
- Analizzare un testo, individuando correlazioni	PORRE IN RELAZIONE															
- Riconoscere i dati necessari per risolvere un problema	RISOLVERE E PORSI PROBLEMI															
- Riconoscere l'obiettivo da conseguire										e						
- Risolvere un problema con frazioni												b				

Tabella 2

1c. Schede di lavoro della Prima Unità

Le schede di lavoro della prima unità sono in tutto 12. Nella seconda tabella del paragrafo 1a sono indicati i collegamenti di ciascuna di esse con le attività didattiche. Il paragrafo 1d contiene alcune note riguardanti l'utilizzo di queste schede in classe.

Una scheda per pensare

SCHEDA 1

Prendi un bastoncino e immergilo parzialmente nell'acqua di una bacinella (figura. 1). Il punto del bastoncino che separa la parte immersa da quella esterna all'acqua è segnato con una fascetta scura. Tenendo fermo questo punto con la mano sinistra, prendi con la mano destra il bastoncino in un punto *P* fuori dall'acqua, scelto da te, e ruota il bastoncino verso il basso. Dov'è il punto *P*, rispetto alla superficio dell'acqua, nell'istante in cui il bastoncino si stende sulla superficie dell'acqua?

....

....

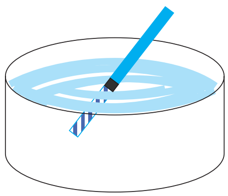


Figura 1

Questo risultato dipende dalla posizione del punto *P* sul bastoncino? Perché?

....

....

....

Leggi i seguenti aggettivi:

sovrastante, giacente,maggiore, incidente, sottostante.

Immagina che il bastoncino rappresenti una retta e la superficie dell'acqua un piano.

a) Con uno degli aggettivi che hai letto, completa la frase:

Prima della rotazione, la retta è .... il piano.

b) Con uno degli aggettivi che hai letto, completa la frase:

Dopo la rotazione la retta è .... nel piano.

Ripensando al movimento del bastoncino, di quanti punti di una retta si deve sapere che appartengono anche a un piano per aver buoni motivi per dire che tutta la retta appartiene al piano?

....

....

Disegni per capire

SCHEDA 2

a) Disegna due segmenti che hanno soltanto un estremo in comune.

b) Disegna due segmenti che hanno soltanto un punto in comune.

c) Disegna due segmenti che hanno un estremo in comune e che appartengono alla stessa retta.

- Leggi nel tuo manuale la definizione di segmenti consecutivi. Tra le consegne a), b), c), ce ne sono che ti hanno obbligato a disegnare due segmenti consecutivi? Perché?

....
....
....

- Leggi nel tuo manuale la definizione di segmenti adiacenti. Tra le consegne a), b), c), ce ne sono che ti hanno obbligato a disegnare due segmenti adiacenti? Perché?

....
....
....

d) Disegna due segmenti consecutivi, non appartenenti alla stessa retta. Esiste un segmento che contiene tutti i loro punti? Giustifica la tua risposta.

....
....
....

e) Disegna due segmenti adiacenti,. Esiste un segmento che contiene tutti i loro punti? Giustifica la tua risposta.

....
....

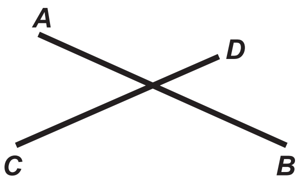
I "perché" delle parole

SCHEDA 3

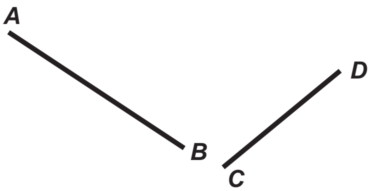
Leggi le seguenti parole:

- **retti**
- **incidenti**
- **consecutivi**
- **coincidenti**

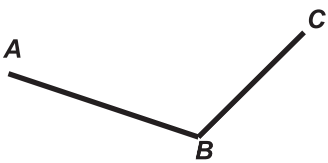
Osserva i seguenti disegni e completa la frase scritta a destra d'ognuno di essi con una parola adatta scelta fra quelle che hai letto. Se nessuna di esse ti soddisfa, lascia i puntini.



I segmenti *AB* e *CD* sono ....
perché ....
....
....

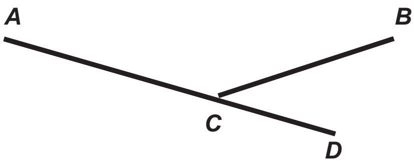


I segmenti *AB* e *CD* sono ....
perché ....
....
....



I segmenti *AB* e *BC* sono ....
perché ....
....
....

I segmenti *AB* e *CD* sono ....
Perché..
....
....



I segmenti *AB* e *CD* sono ....
perché ....
....
....

SCHEDA 4A

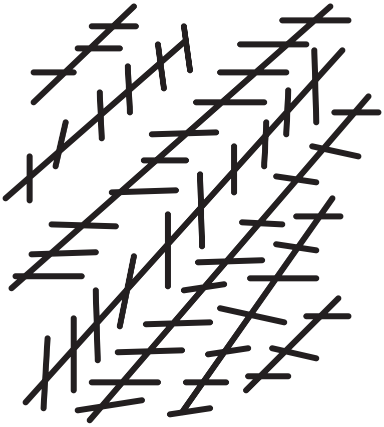


Figura 1

Carlo ha ricevuto dall'insegnante un disegno con alcuni segmenti obliqui, ma, per gioco, ha tracciato sopra di essi alcuni trattini. L'insegnante gli ha chiesto di guardare Il disegno che gli ha dato e di dire se riconosce segmenti di uguale lunghezza.
Cosa rispondi? ....
....

Figura 2

Nella figura 2, vedi uccellini con i becchi equidistanti tra loro? ....

Figura 3

Guarda la figura 3.
Il cerchietto al centro della figura a sinistra è più grande o più piccolo di quello della figura a destra? ....

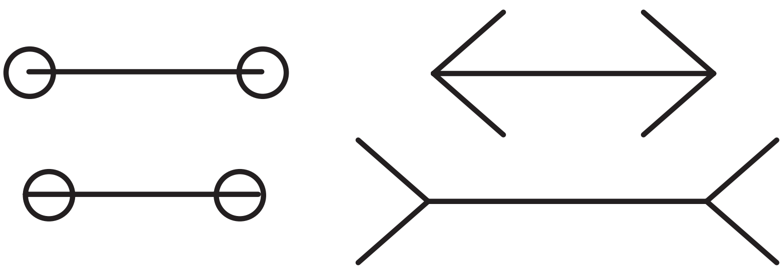


Figura 4

Nella figura .4 sono rappresentati quattro segmenti. Agli estremi di due di essi sono stati disegnati dei cerchietti, agli estremi degli altri due sono stati tracciati degli angoli. Vedi, fra i quattro segmenti dati, segmenti di uguale lunghezza? ....

SCHEDA 4B

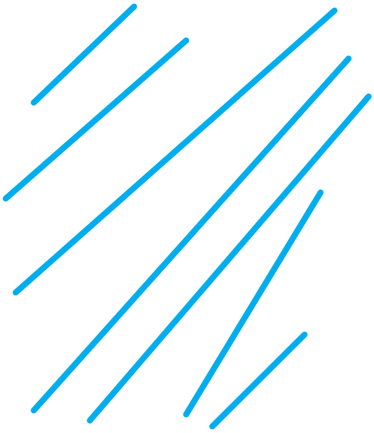


Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

Verifica la correttezza delle tue risposte, sovrapponendo in modo opportuno i disegni della scheda 4B ai corrispondenti della 4A.
Scrivi i tuoi commenti.

....

....

Disegni per capire

SCHEDA 5

Osserva il listello ***A***:

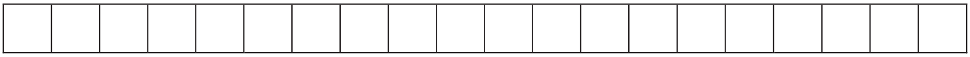
Listello ***A***

Disegna un listello ***B*,** che sia lungo il triplo del listello ***A***.

Listello ***B***

Disegna un listello ***C***, che sia lungo un quarto del listello ***B***.

Listello ***C***

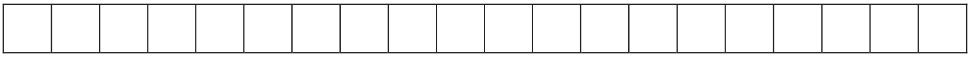


Sostituisci ai puntini una frazione che renda vera la seguente frase:

*“Il listello **C** è lungo ……………………del listello **A**.”*

Disegna un listello ***D*,** che sia lungo il quintuplo del listello ***A***.

Listello ***D***



Disegna un listello ***E***, che sia lungo un quarto del listello ***D***.

Listello ***E***

Sostituisci ai puntini una frazione che renda vera la seguente frase:

*“Il listello **E** è lungo ……………………del listello **A**.”*

Scrivi la maggiore delle due frazioni che hai scritto. ....
Perché la frazione che hai scritto è la maggiore??
....
....

Tra le frazioni che hai scritto ce n’è una maggiore di uno? ....
Perché tale frazione è maggiore di uno? ....
....

Una scheda per pensare

SCHEDA 6

Misura il lato più lungo del tuo banco utilizzando le unità di misura segnate nella colonna sinistra della seguente tabella e completa la tabella scrivendo, nella colonna destra, le misure trovate.

Ho misurato il lato più lungo del mio banco utilizzando come unità di misura:	e la misura trovata è:
una matita	.... matite
il lato più lungo del mio quaderno	.... lati più lunghi del mio quaderno
la mia spanna	.... spanne
il righello graduato	.... decimetri
il righello graduato	.... centimetri
il righello graduato	.... millimetri

Copia nella seguente tabella i dati della tabella precedente, dopo aver ordinato le unità di misura dalla più piccola alla più grande

Ho misurato il lato più lungo del mio banco utilizzando come unità di misura:	e la misura trovata è:
1.	....
2.	....
3.	....
4.	....
5.	....
6.	....

Le misure riportate a destra sono ordinate dalla più piccola alla più grande o dalla maggiore alla minore?

....

Spiega con le tue parole perché sono ordinate in questo modo.

....

....

Perché la misura in centimetri è un decimo di quella in millimetri?

....

A casa di Anna e di Alberto si sta organizzando una festa di Carnevale. La mamma di Anna ha 10 metri e 80 centimetri di merletto, con cui vuole ornare tre balze di un costume da dama lunghe, rispettivamente, 90 cm, 1,35 m e 2,025 m. Per ottenere un'arricciatura soddisfacente, la lunghezza del merletto applicato ad ogni balza deve essere due volte e mezza la lunghezza della balza. Il merletto della mamma di Anna è sufficiente o no? Giustifica la tua risposta

Procedimento ....

....

....

....

....

Risposta e Giustificazione della risposta ....

....

Ogni bicchiere contiene circa 1,75 dl di bibita. Se ognuno dei 20 partecipanti alla festa ne bevesse almeno 5 bicchieri, quale sarebbe il numero minimo di bottiglie di bibita da comprare, se ogni bottiglia contiene 1,5 l di bibita?

Procedimento..

....

....

....

Risposta ....

Nella sala ove si svolge la festa, si tendono quattro festoni azzurri (figura 1), ciascuno dei quali è lungo 5,50 m. Ad ogni festone si appendono 12 palloncini colorati, uno all'inizio, uno alla fine e gli altri equidistanti fra loro. Qual è la distanza, in centimetri, fra due palloncini successivi?

Procedimento ....

....

....

Risposta ....

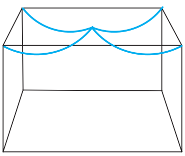


Figura 1

La mamma di Anna accompagnerà a casa due ospiti, Teresa e Claudio. La casa di Teresa dista da quella di Anna 750 metri, ma per arrivare all'abitazione di Claudio bisogna percorrere altri 12,3 km. Qual è la distanza fra la casa di Anna e quella di Claudio?

Procedimento..

....

Risposta ....

Una scheda per capire

SCHEDA 8

1) Problema:

Quante cassette di fiori lunghe 40 cm si possono mettere su un balcone lungo 3 metri?

Se lo credi utile, puoi rappresentare i dati utilizzando la scala indicata.

10 cm

Risoluzione

....

....

Risposta

....

---

2) Problema:

Se un profilo di cemento è lungo 80 cm, quanti bisogna acquistarne per profilare un tratto di marciapiede lungo 3 metri?

Se lo credi utile, puoi rappresentare i dati utilizzando la scala indicata.

Parte colorata: 1 m

Risoluzione

....

....

Risposta

....

Domanda :

Per rispondere ai due quesiti, hai approssimato nello stesso modo i risultati dei calcoli aritmetici eseguiti?

Risposta

....

Giustifica la tua risposta.

....

....

Un problema di distanze

SCHEDA 9

Anna, Carlo e Luca frequentano la stessa scuola, ma vi arrivano percorrendo strade diverse.
La casa di Anna dista 300 metri dalla scuola, quella di Carlo 100 metri di più, quella di Luca 600 metri.
Anna, che di solito parte da casa alle 8 e 24 e arriva a scuola alle 8 e 30, vorrebbe capire quanto tempo impiegherebbe per andare dalla propria casa a quella di Luca, passando davanti alla scuola.
Puoi aiutarla?

a) Quali sono i dati del problema?

b) Quali dati sono necessari per risolvere il problema?

c) Perché questi dati sono necessari per risolvere il problema?

d) Risoluzione del problema

Se lo credi utile, puoi rappresentare i dati utilizzando la scala indicata

50 m

Una scheda per capire

SCHEDA 10

L'insegnante ha chiesto ad Anna di rappresentare con trattini a matita, disposti in modo opportuno, uno dei due semipiani individuati dalla retta ***r*** e a Paolo di rappresentare uno dei due semipiani individuati dalla retta ***s***. Anna ha tracciato la figura 1 e Paolo la figura 2.

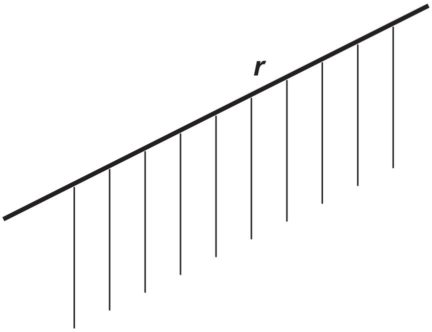


Figura 1

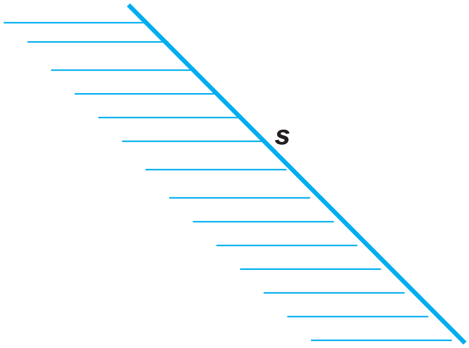


Figura 2

Anna e Paolo, seguendo lo stesso procedimento, devono ora rappresentare il semipiano individuato dalla retta ***a*** e contenente il punto ***P*** e il semipiano individuato dalla retta ***b*** e contenente il punto ***Q*** (fig. 3). Traccia tu il disegno.

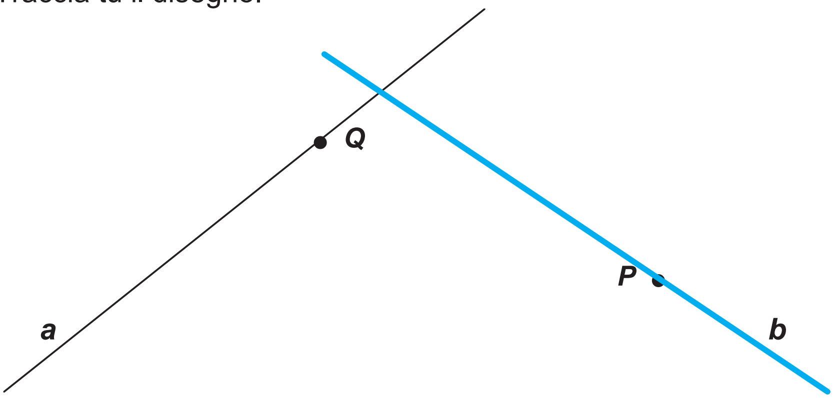


Figura 3

Come chiameresti la parte di piano che contiene la zona quadrettata?

Risposta

....

....

SCHEDA 11

Con quale termine geometrico si indica la parte di piano colorata con sfumatura?

....

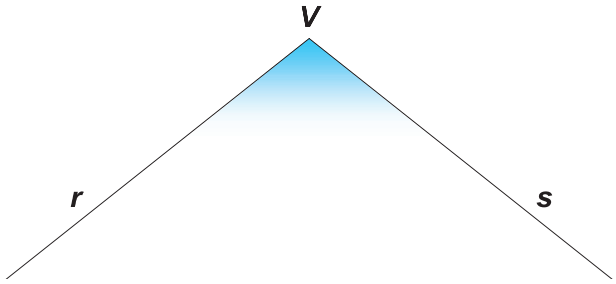


Figura 1

Come la descriveresti con le tue parole?

....
....

Nella figura 2 sono state ricopiate le due semirette *r* ed s.
Le descrizione che hai scritto permette di distinguere la parte di piano di colore sfumato disegnata in figura 1 da quella disegnata in figura 2?

SI **NO**

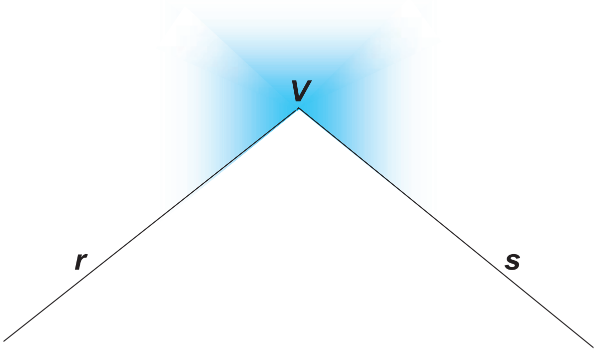


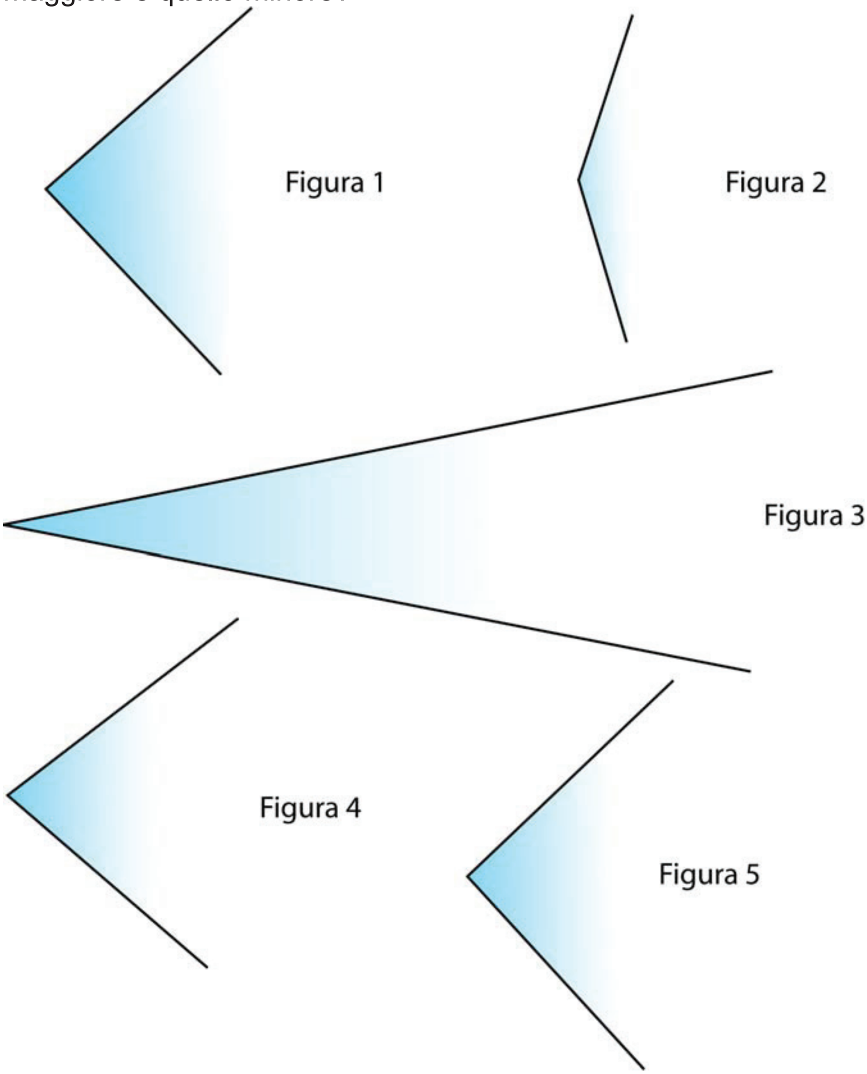
Figura 2

Giustifica la tua risposta

....
....
....

SCHEDA 12

Quali delle seguenti figure rappresentano, rispettivamente, l'angolo maggiore e quello minore?



Risposta:
L'angolo minore è rappresentato dalla figura.............., perché ....
....
....,
quello maggiore dalla figura ...., perché ....
....
....

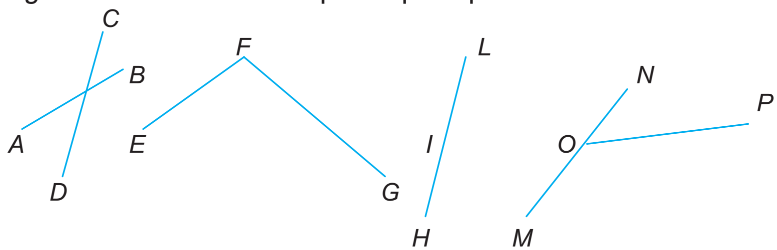
1d. Note sulle Schede di Lavoro, da 1 a 12.

SCHEDA 1

Questa scheda può essere utilizzata per notare che i postulati (le "regole") della geometria euclidea prendono spunto dalla realtà. Quando si dice "Se il bastoncino fosse il modello di una retta e la superficie dell'acqua quello di un piano...", si compie una schematizzazione della realtà, perché si fissa l'attenzione soltanto su alcune proprietà di un bastoncino e di una superficie di fluido reali.
Con la domanda: "Ripensando al movimento del bastoncino, di quanti punti di una retta si deve sapere che appartengono ad un piano per aver buoni motivi per dire che tutta la retta appartiene al piano?", si può guidare un alunno a "scoprire" un postulato, vale a dire una delle regole che fissano il comportamento delle rette (che non sono bastoncini, ma possono essere rappresentate da bastoncini) rispetto ai piani (che non sono superfici di liquidi, che sono curve anche se di pochissimo, ma si possono rappresentare con disegni o parti d'oggetti reali).
Le frasi da completare sono facili e sono dedicate agli allievi che incontrano difficoltà ad usare correttamente i termini specifici.

SCHEDA 2

Questa scheda può essere utilizzata sia per introdurre la definizione di *segmenti consecutivi* sia per capire quanti alunni l'hanno compresa.



L'invito a leggere le definizioni di "segmenti consecutivi" e di "segmenti adiacenti" intende sollecitare l'attenzione al significato delle definizioni.
Nei punti 4) e 5) si chiedono giustificazioni che si possono dare riflettendo su una nozione acquisita (i punti di un segmento appartengono tutti a una stessa retta, quindi...) o ricorrendo alla definizione di segmenti adiacenti. Gli esiti delle prove di verifica somministrate nell'arco di tre anni hanno evidenziato che una percentuale non trascurabile d'alunni volge poca attenzione al significato delle definizioni e che l'attitudine a giustificare affermazioni è acquisita con difficoltà.

SCHEDA 3

Questa scheda ha come obiettivo quello di favorire un uso consapevole di alcuni termini specifici.

La definizione di *segmenti incidenti* non è presente in tutti i manuali. Gli autori che la propongono definiscono *incidenti* due segmenti aventi in comune un punto che non è un estremo di nessuno dei due segmenti.
Anche questa scheda sollecita la formulazione di giustificazioni.

SCHEDA 4

La scheda 4A viene consegnata agli alunni (potrebbe essere fotocopiata su lucido e proiettata). L'insegnante tiene da parte la scheda 4B fino al momento di verificare che segmenti o circoli che “ad occhio” sembrano geometricamente uguali, tali non sono. Per confrontare i segmenti, si può usare il compasso ma, per le figure 2 e 3, la verifica si può effettuare soltanto sovrapponendo in modo opportuno parti della scheda 4B a parti della scheda 4A. La scheda 4B consente di verificare per sovrapposizione anche la congruenza fra segmenti.
La discussione in classe evidenzia che la percezione visiva può essere ingannevole e che ogni affermazione deve essere motivata, usando gli strumenti adeguati.
NOTA: Se la parte A di questa scheda viene ingrandita, bisogna ingrandire con la medesima scala anche la parte B.

SCHEDA 5

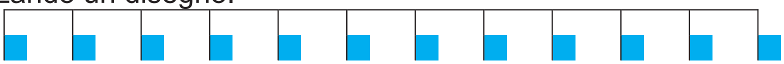
Gli obiettivi di questa scheda sono la costruzione di multipli e sottomultipli di segmenti assegnati e la comprensione della scrittura del rapporto fra due segmenti sotto forma di frazione.
La domanda: ”Perché tale frazione è maggiore di uno?” è risultata abbastanza difficile. Solo una piccola percentuale di alunni ha risposto: “Perché il listello **E** è più lungo del listello **A**” (o con frasi equivalenti).

SCHEDA 6

Questa scheda si propone di favorire la comprensione della relazione fra la misura di una grandezza e l'unità di misura utilizzata per determinarla. Le azioni richieste sono di difficoltà crescente. L'ultima consegna offre lo spunto per scoprire che, se M_1 ed M_2 sono le misure di una grandezza rispetto a due unità U_1 e U_2, $M_1 : M_2 = U_2 : U_1$.

SCHEDA 7

Per risolvere i quesiti di questa scheda, si devono eseguire cambiamenti di unità di misura. In alcuni quesiti, non è precisata l'unità di misura con cui esprimere il risultato trovato, per lasciare la possibilità di confrontare in classe risultati espressi con unità di misura diverse.
Molti alunni hanno incontrato difficoltà a determinare la distanza fra i palloncini appese ad un festone. Il quesito si risolve più facilmente utilizzando un disegno.



SCHEDA 8

Gli esiti delle prove di verifica hanno evidenziato che una percentuale rilevante d'alunni incontra difficoltà a risolvere problemi in cui il risultato delle operazioni aritmetiche eseguite è un numero decimale, mentre la soluzione del problema deve essere un numero intero decimale. La scheda propone due esempi di problemi di questo tipo, riferibili a situazioni reali.

Si suggerisce di rappresentare graficamente la situazione, perché è stata rilevata una percentuale più alta di risposte corrette tra gli alunni che hanno costruito un modello grafico del problema.

SCHEDA 9

Gli esiti delle prove hanno evidenziato che una percentuale significativa d'alunni incontra difficoltà a riconoscere i dati contenuti nel testo di un problema (sono tutte le informazioni fornite, anche quelle non numeriche, come in questo caso "passando davanti alla scuola", e anche quelle non necessarie a risolvere il problema). Questa scheda sollecita una lettura attenta del testo di un problema.

SCHEDE 10, 11, 12

Gli esiti delle prove di verifica somministrate, nell'arco di oltre un triennio, ad alunni di classi diverse, situate in province diverse del Veneto, hanno evidenziato che molti allievi incontrano difficoltà a comprendere il concetto di angolo, anche perché troppo spesso si confonde un angolo (che è una parte di piano) con i suoi lati (che sono due semirette). L'obiettivo principale di queste schede è di favorire la comprensione di questo concetto.

<u>SCHEDA 10</u>

Dopo che gli alunni hanno completato la scheda, si consiglia di chiedere loro di confrontare la definizione di angolo contenuta nel testo con la rappresentazione grafica ottenuta e la risposta che hanno dato.

<u>SCHEDA 11</u>

Con questa scheda si invita l'alunno a riflettere sulla precisione della descrizione di un ente geometrico che ha appena fornito. La scheda è didatticamente più efficace se, prima di leggerla, la si piega in modo che la seconda parte si legga dopo aver risposto alla prime due domande.

<u>SCHEDA 12</u>

Questa scheda propone una riflessione sul significato della rappresentazione grafica di un angolo e sul concetto di ampiezza angolare. Leggendo le giustificazioni delle risposte, si può capire se gli alunni hanno compreso il concetto di angolo.

1e. La Seconda Prova di verifica e i suoi obiettivi

Si è verificato che questa prova può essere completata in ottanta minuti. Il quesito numero 12, uguale al quesito numero 9 della prima prova di verifica, consente di rilevare cambiamenti nell'abilità a comprendere un testo specifico. Nella tabella 1, sono indicate le percentuali medie di risposte corrette date a tali quesiti nell'anno scolastico 2006/2007.

	Classe prima, Anno scolastico 2006/2007				
	Comprendere il testo di un problema	**Riconoscere l'obiettivo da conseguire**	**Spiegare un termine**	**Comprende re il testo**	**Spiegare un termine**
	a-d	**E**	**f**	**g**	**h**
Ingresso: Q9	56%	61%	47%	57%	50%
Prova2: Q12	69%	76%	70%	69%	57%

Tabella 1

Dopo la prima prova di verifica, gli insegnanti hanno sollecitato i propri alunni a costruire rappresentazioni grafiche. Gli esiti della seconda prova scritta (fig. 1) hanno mostrato un miglioramento in questa abilità.

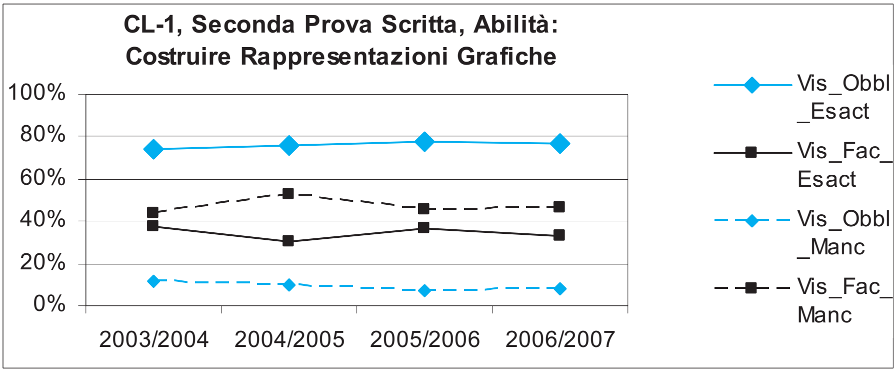


Figura 1

A.S	N° Alunni
2003/04	282
2004/05	376
2005/06	696
2006/07	1305

Malgrado il miglioramento medio, molti alunni hanno mostrato d'incontrare difficoltà a costruire modelli grafici di situazioni problematiche, perché i quesiti numero nove e numero diciassette, sono stati risolti correttamente da una piccola percentuale d'allievi. Alcuni insegnanti hanno notato casi di alunni che non si sono accorti dell'incongruenza fra il risultato numerico trovato e la rappresentazione grafica costruita.

Il numero di alunni di classe prima, ai quali sono state somministrate la prima e la seconda prova di verifica è indicato nella tabella a destra.

SECONDA PROVA DI VERIFICA DI GEOMETRIA,

Prima classe della scuola secondaria di primo grado
Anno scolastico .... data..........................

NOME E COGNOME ……………………………… CLASSE …………
Strumenti da utilizzare: doppio decimetro, compasso
Tempo disponibile per completare la prova: 80 minuti CL1_pr2

QUESITI

1) Dopo aver osservato attentamente il disegno, completa le seguenti frasi scegliendo di volta in volta un termine tra i seguenti:

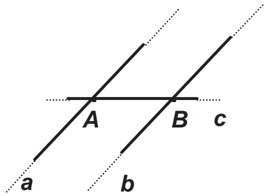


Figura 1

giacente; parallele; incidenti; piano; retta; segmenti; punto; incidente ;parallela; segmento; coincidenti.

a) La retta ***c*** è …………….sia la retta ***a*** sia la retta ***b***.
b) La ……. ***c*** è ………………. nel piano rappresentato in fig.1
c) La parte di retta compresa fra i punti ***A*** e ***B*** si chiama ………………..…..…
d) Le rette ***a*** e ***b*** sono tra loro ....

2) Scegli la tua risposta tra "Vero", "Falso", "Non so" e scrivila al posto dei puntini.

VERO o FALSO ?

a) Due segmenti adiacenti sono sempre consecutivi. a) ....
b) Due angoli opposti al vertice sono sempre adiacenti. b) ....
c) Due angoli consecutivi sono sempre adiacenti. c) ....
d) Per due punti distinti passano infiniti rette. d) ....
e) Due segmenti che hanno un solo punto in comune. si dicono consecutivi. e) ....
f) Due angoli opposti al vertice sono sempre congruenti. f) ....

3) Scrivi la definizione di "segmenti consecutivi". …...........………………………
…………………………………………………………..………..……………………
……………………………………………………………………………………………

4) Di un gruppo di compagni di classe si sa che Carlo è più alto di Giovanni, Antonio è meno alto di Giovanni, Carlo è meno alto di Pietro, Antonio è più alto di Giuseppe. Qual è il ragazzo più alto?
Per risolvere il problema, puoi aiutarti con un disegno.

Risposta ………………………..………………………………………………….

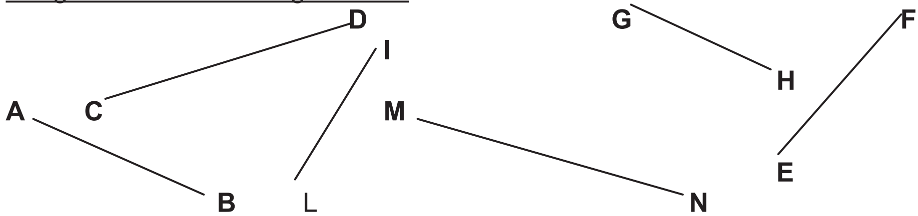
5) Tra i seguenti segmenti individua, se ce ne sono,

a) quelli maggiori di *AB*,

b) quelli congruenti ad *AB,*

c) quelli minori di *AB.*

Per confrontare i segmenti, usa il compasso e scrivi come lo usi per confrontare il segmento *AB* con il segmento *IL*.



a) ……………………………………………………………………………………………

b) ……………………………………………………………………………………………

c) ……………………………………………………………………………………………

Descrivi come usi il compasso **per confrontare il segmento *AB* con il segmento *IL*.**

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

6) Esegui le seguenti operazioni, scrivendo i calcoli che esegui.

a) 27,9 hl + 34,8 l = ……………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

b) 13,5 Km - 850 m = ……………………………………………………………………

c) 45,5 cm + 3,5 m = ……………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

7) Disegna un segmento *AB* **lungo 3 cm e, successivamente**,

a) indica il punto medio di *AB;*

b) traccia il segmento: *CD* = 3 *AB***;**

c) traccia il segmento *EF* = *CD* - *AB* e scrivi la sua misura.

Misura del segmento *EF* = …………………

8) <u>Usando il compasso, determina la misura della lunghezza del segmento</u> <u>*AB*</u> rispetto alle tre unità di misura U_1, U_2, U_3 contenute in figura 2 e rispondi alle domande a) e b):

A ***B***

U_1 ***U_2*** ***U_3***

a) Ottieni la stessa misura in tutti e tre i casi ? ☐ **SI** ☐ **NO**

Risultati delle misure di *AB*

rispetto a U_1 = …….........; rispetto a U_2 = ….….......; rispetto a U_3, **=**…….........

b) Se le misure che hai trovato sono diverse, qual è la più piccola di esse e perché essa è più piccola delle altre?

Risposta e giustificazione della risposta: ……………………………….............

………………………………………………………..……………………………

………………………………………………………..……………………………

9) Si desidera arredare un lato di un viale lungo 120 m con panchine poste a 20 metri l'una dall'altra e alberi. Si pianterà un albero ogni 10 metri, avendo cura di porre un albero all'inizio e uno alla fine del viale. Quanti alberi serviranno?

Puoi rappresentare la situazione con un disegno.

Procedimento

……………………………………………………..…………………………..……

………………………………………………………………………………………

10) <u>Rileggi il testo del problema 9</u> e rispondi alle seguenti domande:

a) Quali sono i <u>dati presenti</u> nel testo del problema?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Quali sono i <u>dati necessari</u> per risolvere il problema?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

11) Disegna un segmento. Disegna un secondo segmento quadruplo del primo. Disegna un terzo segmento che sia metà del secondo.

- **Il terzo segmento, rispetto al primo, risulta** (*Indica con una crocetta la risposta vera*)

❑ uguale ❑ la metà ❑ il doppio ❑ la quarta parte

12) <u>Leggi attentamente</u> il testo del seguente problema:

"Trova la lunghezza di ciascuno di due segmenti AB e CD, sapendo che la loro somma è 30 cm e che il primo è il doppio del secondo".

Ora, **<u>senza risolverlo</u>**, rispondi alle seguenti domande:

a) Di quali enti geometrici si parla nel problema? ……………………………

b) Qual è il nome di questi enti geometrici? ……...........…………………

c) Dal testo, si capisce quale dei due è maggiore? (*Indica con una crocetta la risposta vera*) □ SÍ, è il segmento …….; □ NO, non si capisce.

d) Quanto misurano insieme? …………...............………………………

e) Che cosa devi scoprire? …………………………………….....……

f) Che cosa significa "***il primo è il doppio del secondo***"?
………………………………………………………………………………

g) Che cosa si chiede di calcolare con la parola "ciascuno"? (*Indica con una crocetta la risposta vera*)

- ❑ La lunghezza di entrambi.
- ❑ La loro somma.
- ❑ La loro differenza.
- ❑ La lunghezza di uno di essi.

h) Spiega che cosa significa "la loro somma".
…………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………

13) Disegna una retta *r*, una retta *s* // *r*, una retta *t* incidente a *s*.

Com'è la retta *t* rispetto alla retta *r*?

Risposta: …………………………......………………………………………

14. Scrivi la definizione di "angolo convesso".
…………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………

15) Se si desidera che ogni misura trovata sia un numero compreso fra 1 e 20, per misurare

a) la lunghezza di una biro bisogna usare come unità di misura ….......………
b) l'altezza di una casa di tre piani bisogna usare come unità di misura …..……
c) la lunghezza di una formica bisogna usare come unità di misura ………..…

16) Con riferimento alla figura 2, <u>scegli la tua risposta</u> tra "Vero", "Falso", "Non so" e scrivila al posto dei puntini.

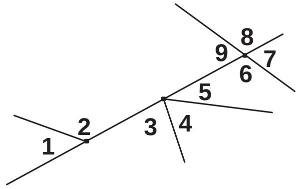
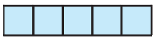


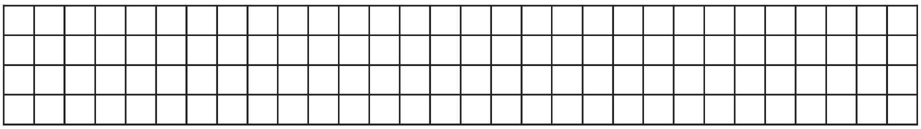
Figura 2

<u>VERO; FALSO; NON SO</u>

a) Gli angoli **1** e **2** sono consecutivi. a. ....
b) Gli angoli **2** e **3** sono consecutivi. b. ....
c) Gli angoli **2** e **3** sono adiacenti. c. ....
d) Gli angoli **3** e **4** sono consecutivi. d. ....
e) Gli angoli **3** e **5** sono opposti al vertice. e. ....
f) Gli angoli **4** e **5** sono adiacenti. f. ....
g) Gli angoli **6** e **8** sono opposti al vertice. g. ....

16) La porta della classe di Anna è in fondo a un corridoio lungo 6 metri. Ad ogni passo Anna percorre 60 cm. Quanti passi deve fare per <u>entrare</u> in classe? ***Se lo pensi utile, puoi utilizzare queste righe quadrettate per rappresentare la situazione.***

 = 1 metro



Procedimento ……………………………………………………………………..……
……………………………………………………………………………………………
Risposta ……………………………………………………………………..…………

18. Pierino desidera misurare l'altezza della libreria della sua camera. Per fare questo, misura la distanza tra il primo ripiano e la base della libreria e trova che è di 70 cm. Poi moltiplica 70 cm per quattro e dice che il mobile è alto 280 cm.

Segna <u>una crocetta</u> sulla frase che, secondo te, è vera.

a) Pierino non ha ragione perché ci sono soltanto tre ripiani.

b) Pierino ha ragione perché gli spazi sono quattro.

c) Pierino non ha ragione perché le distanze che considera non sono uguali tra loro.

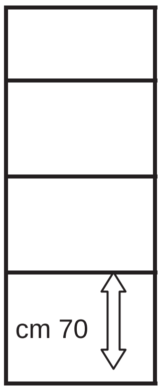


Figura 3

CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA
CL1_pr2 anno .... mese ....

CONTENUTI

NUMERI_QUESITI / CONTENUTI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
- Retta per due punti distinti	RETTE, definizioni e proprietà																		
- Posizioni di una retta rispetto al piano: retta giacente, retta incidente, retta esterna																			
- Posizioni reciproche di due rette: rette incidenti, rette parallele (nel piano), rette coincidenti																			
- Semiretta, segmento	SEMIRETTE, SEGMENTI, definizioni e proprietà																		
- Segmenti consecutivi, adiacenti; incidenti																			
- Confronto tra segmenti,																			
- Somma e differenza di due segmenti																			
- Punto medio di un segmento																			
- Multipli e sottomultipli (soltanto quelli ottenuti dividendo per potenze di due) di un segmento																			
- Angolo: definizione, disegno, simbologia	ANGOLI, definizioni e proprietà																		
- Angoli consecutivi, angoli adiacenti;																			
- Angoli opposti al vertice																			
- Rette parallele tagliate da una trasversale (proprietà d'incidenza e degli angoli)	RETTE PARALLELE, proprietà																		
- la misura delle lunghezze	MISURA																		
-Sistema metrico decimale, Unità di misura del S.I.																			
- Conversione tra unità di misura di grandezze omogenee (angoli), equivalenze																			

Tabella 1

Quesito 4 e Quesito 9: possono essere risolti senza utilizzare rappresentazioni grafiche --> non si può prevedere se gl alunni utilizzeranno segmenti
Quesito17: conversione tra unità di misura di grandezze omogenee (lunghezze), equivalenze: valutabile soltanto se è stata data risposta al quesito

ABILITÀ

NUMERI QUESITI / ABILITA'		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati	COMPRENDERE																		
- Comprendere definizioni,			b, c, e																
- Comprendere proprietà			d,f																
- Comprendere un testo specifico													a, b, c,						
- Riconoscere tutti i dati forniti nel testo di un problema																			
- Descrivere simboli, oggetti, enti matematici, termini	COMUNICARE												f,h						
- Dare definizioni di semplici oggetti matematici (angolo, rettangolo, …)																			
Descrivere un procedimento risolutivo																			
- Interpretare visualizzazioni																			
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici) per consegna																			
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici….) spontaneamente																			
- Giustificare affermazioni	ARGOMENTARE																		
-Riconoscere i dati necessari per risolvere un problema	RISOLVERE E PORSI PROBLEMI																		
-Riconoscere i dati forniti dal testodi un problema																			
- Riconoscere l'obiettivo da conseguire													e						
-Risolvere un problema																			
- Problemi sui segmenti																			
-Misurare con strumenti	MISURARE																		
-Esprimere la misura di una stessa grandezza in unità diverse (Risolvere																			
-Stimare misure																			
-Comprendere il significato di risultati numerici																			
'- Eseguire operazioni con la virgola																			
- Correttezza linguistica																			

Tabella 2

UNITÀ 2: DAGLI ANGOLI AI POLIGONI

2a. Contenuti e Abilità

Classe Prima		
La corrispondenza tra argomenti e periodi può essere diversa da quella indicata. I docenti coinvolti nella sperimentazione hanno rivelato orientamenti diversi sull'itinerario da seguire, quando s'inizia lo studio dei poligoni. Per questo motivo, nell'ultima parte della tabella, si presentano due opzioni.		
Periodo: febbraio–marzo		
Conoscenze	**Abilità**	**Note didattiche** (attività, riflessioni, …)
- Angoli notevoli: angolo retto, angolo piatto, angolo giro; - angoli complementari, angoli supplementari, angoli esplementari; - proprietà degli angoli opposti al vertice. - Rette perpendicolari; - distanza di un punto da una retta; - proiezione di un punto su una retta e di un segmento su una retta; - asse di un segmento; - rette parallele tagliate da una trasversale.	- Conoscere in modo corretto le definizioni e comprenderne il significato; comprendere il ruolo della definizione in matematica; - comunicare con chiarezza e correttezza sintattica; - costruire visualizzazioni, interpretare visualizzazioni; - utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità. - Operare con gli angoli e con le loro misure. - Risolvere problemi sugli angoli.	**Attività** ☺ - Descrivere con parole proprie situazioni geometriche riconoscibili in modelli reali, anche costruiti appositamente; -comprendere il significato delle definizioni passando dalle rappresentazioni grafiche alla definizione e viceversa; -"scoprire" l'angolo retto, piegando un foglio bianco (facendo combaciare prima i due lati più lunghi e poi quelli più corti), colorando in rosso le piegature e osservando le figure ottenute. - Risolvere quesiti sulla congruenza, sulle proprietà degli angoli, su multipli e sottomultipli di angoli (**Schede 13, 14, 15**); - risolvere quesiti che richiedono operazioni con le misure angolari (**Scheda 16**). - Disegnare un segmento, piegare opportunamente il foglio, in modo che colorando la piegatura si evidenzi l'asse del segmento; utilizzare piegature del foglio per evidenziare le proprietà dell'asse di un segmento. - Costruire proiezioni di punti e di segmenti su rette aventi direzioni diverse (**Scheda 17).**

Periodo: marzo-aprile			
- Poligoni: costruibilità dei poligoni, diagonali di un poligono.	- Conoscere e comprendere le proprietà dei poligoni; - risolvere problemi sulla costruibilità dei poligoni, anche per via grafica. -Fare affermazioni, avanzare congetture, giustificarle.		**Attività** ☺ - Rappresentare poligoni su cartoncino quadrettato per “scoprire” alcune proprietà fondamentali; -formulare congetture e giustificarle: costruire un triangolo e verificare usando striscioline di carta, che la somma delle misure di due lati è maggiore di quella del terzo, alla quale si avvicina quando il vertice comune ai primi due lati si avvicina al terzo lato, da cui... (si può anche utilizzare Cabri, che permette di costruire parecchi triangoli diversi in poco tempo); questa attività si può proporre anche per i poligoni (**Scheda 18**). -Formulare problemi con dati assegnati e risolverli (**Scheda 19**).
			<u>Terza prova scritta:</u> **20 aprile-5 maggio**
Periodo: maggio-giugno			
Nell’ultimo periodo, si può seguire uno dei seguenti itinerari:			
OPZIONE A Triangoli.	**OPZIONE A** Conoscere, comprendere e motivare alcune proprietà fondamentali dei triangoli; - risolvere problemi sulla costruibilità dei triangoli, anche utilizzando visualizzazioni.		**Attività** ☺ - Riconoscere gli elementi fondamentali dei triangoli (**Scheda 20**); **-**“giocare” con CABRI, ad esempio per rilevare in quale tipo di triangoli l’altezza coincide con uno dei lati o ha in comune con il triangolo soltanto il vertice da cui è tracciata; si può anche osservare dinamicamente dove si posizionano i punti notevoli di un triangolo al variare della sua forma (**Scheda 21**).
OPZIONE B: Quadrilateri, quadrilateri particolari (parallelogrammi, trapezi).	**OPZIONE B:** -Conoscere, motivare e comprendere alcune proprietà fondamentali di quadrilateri particolari.		**Attività** ☺ - “Scoprire” qualche proprietà dei quadrilateri particolari, usando fogli piegati in modo opportuno oppure giocando con CABRI; -descrivere modi diversi per ottenere figure date componendo altre figure (**Scheda 22**).

2b. Schede di lavoro, da 13 a 22

Le schede di lavoro della seconda unità sono dieci. Nella tabella 2a sono indicati i loro collegamenti con le attività didattiche. Il paragrafo 2c contiene alcune note riguardanti queste schede

Stime e misure

SCHEDA 13

Osserva le strisce *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e gli angoli G, *H*, *K*.

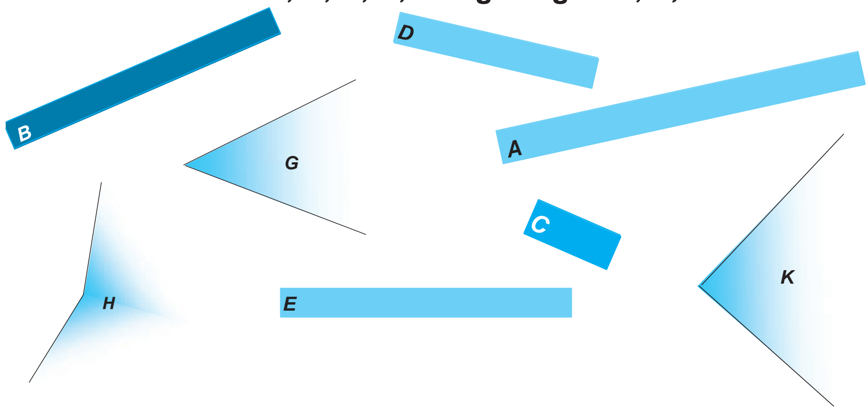


Tabella 1

<u>Senza misurare</u>, <u>stima</u> la misura della lunghezza d'ogni striscia (<u>in centimetri</u>, <u>approssimata al millimetro</u>) e dell'ampiezza d'ogni angolo (<u>in gradi</u>) e scrivi le tue stime nella tabella 1. Misura, quindi, le strisce con il righello millimetrato e gli angoli con il goniometro. Scrivi le misure trovate nell'apposita colonna.

Oggetto	Stima	Misura
striscia ***A***		
striscia ***B***		
striscia ***C***		
striscia ***D***		
striscia ***E***		
angolo ***G***		
angolo ***H***		
angolo ***K***		

- Quante volte la tua stima della lunghezza di una striscia differisce meno di mezzo centimetro dalla corrispondente misura? .... E meno di un centimetro? ....
- Quante volte la tua stima dell'ampiezza di un angolo differisce meno di 5 gradi dalla corrispondente misura? .... E meno di dieci gradi? ....

- Come hai utilizzato il goniometro per misurare l'angolo ***H***?

....
....
....

SCHEDA 14

1) Osserva con attenzione la figura 1, nella quale:
- uno degli angoli formati dalla retta ***r*** e dalla retta ***s*** misura 107°;
- uno degli angoli formati dalla retta ***r*** e dalla retta ***t*** misura 69°;
- la retta ***s*** e la retta ***u*** sono parallele;
- la retta ***t*** e la retta ***v*** sono parallele.

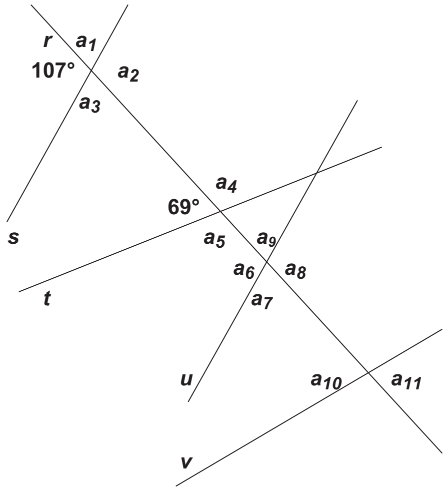


Figura 1

Completa le seguenti frasi.
1a) L'angolo a_1 misura ....
perché ....
....
1b) L'angolo a_2 misura ....
perché ....
....
1c) L'angolo a_3 misura .... .perché ....
1d) L'angolo a_4 misura .... perché ....
1e) L'angolo a_5 misura .... perché ....
1f) L'angolo a_6 misura .... perché ....
1g) L'angolo a_7 misura .... perché ....
1h) L'angolo a_8 misura .... perché ....
1i) L'angolo a_9 misura .... perché ....
1j) L'angolo a_{10} misura .... perché ....
1k) L'angolo a_{11} misura .... perché ....

2) Osserva con attenzione la figura 2, nella quale:
- uno degli angoli formati dalla retta ***u*** e dalla retta ***v*** misura 107°;
- la retta ***p*** e la retta ***v*** sono parallele;
- la retta ***p*** è perpendicolare alla retta ***w***.

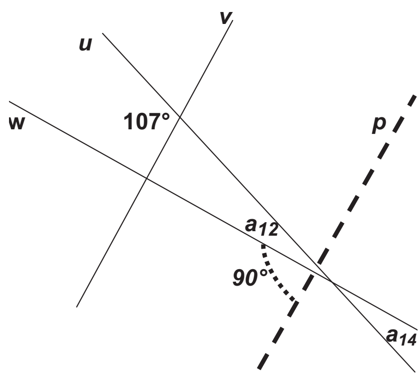


Figura 2

Completa le seguenti frasi.
L'angolo a_{12} misura .... perché .....
....
....
L'angolo a_{14} misura .... perché ......
....
....

HAI SCRITTO LE UNITÀ DI MISURA?

Una scheda per capire

SCHEDA 15

1) Due angoli sono supplementari e uno è il quadruplo dell'altro. Quanto misura ognuno di questi angoli?

Ragioniamo un po' insieme!
Sostituisci ai punti le parole che completano correttamente le frasi.

L'angolo che è il quadruplo dell'altro è il più grande dei due. Infatti esso è uguale alla somma di .... angoli congruenti all'angolo più piccolo. Pertanto, la somma fra l'angolo più grande e l'angolo più piccolo è uguale a ....volte l'angolo più piccolo.
Sappiamo che i due angoli sono supplementari e, perciò, la loro somma misura .... Abbiamo già detto che questa somma è uguale a .... volte l'angolo più piccolo. Perciò la misura dell'angolo più piccolo si trova dividendo ....
Poiché l'angolo più piccolo misura ...., la misura dell'altro angolo si determina moltiplicando...
e perciò l'angolo più grande misura ....

Usando il goniometro, disegna due angoli consecutivi, sapendo che uno che ha la misura dell'angolo più piccolo e l'altro quella dell'angolo più grande.

Come puoi verificare, usando il righello, che sono supplementari?
....
....

2) Un angolo è il doppio di un altro angolo. La somma dei due angoli misura 120°. Quanto misura ciascuno degli angoli? (Leggi con attenzione il procedimento seguito per risolvere il problema 1)
Procedimento
....
....
....
....
....
....

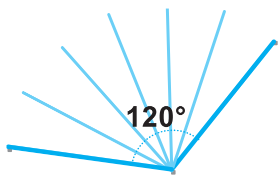


Figura 1

Risposta...
Hai verificato se risultati che hai trovato sono corretti? Come?
....
....

Disegni per calcolare

SCHEDA 16

In un cassetto di un'aula scolastica, sono stati trovati alcuni cartoncini esattamente sovrapponibili l'uno all'altro, ma di colore diverso, uno dei quali è rappresentato in figura 1, insieme con la misura dell'angolo *AVC*.

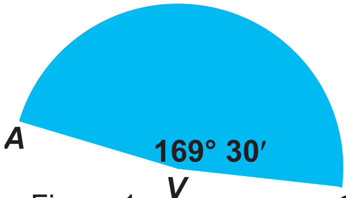


Figura 1

Si decide di utilizzarli per costruire figure colorate, tagliando ciascuno di essi in modo da ottenere sei parti uguali. Se i tagli fossero eseguiti esattamente, quanto misurerebbe l'angolo di ogni parte ottenuta (fig. 2)?

Figura 2

Procedimento ....

....

....

....

....

Risposta

....

Per incollare una parte ad un'altra, un alunno impiega, in media, 1' 25". Quanto tempo impiegherebbe per costruire la figura disegnata a lato (fig. 3)?

Procedimento

....

....

....

....

....

Figura 3

Risposta

....

La figura ottenuta comprende un angolo concavo (figura 3). Qual è la misura di questo angolo?

Procedimento

....

....

....

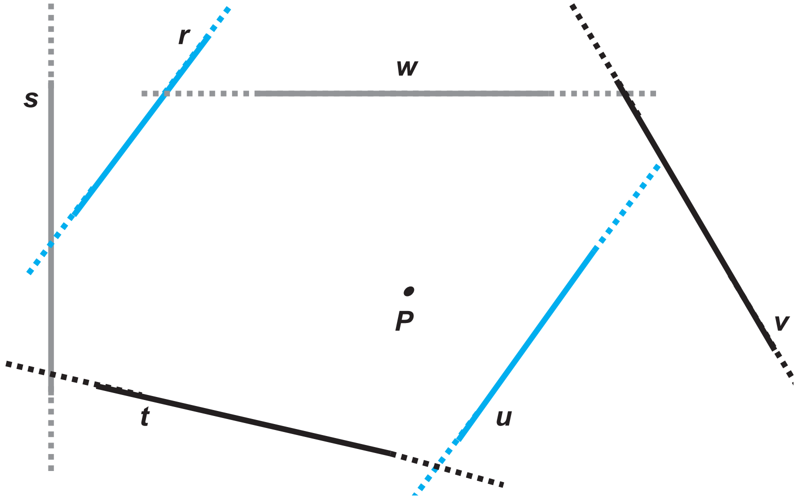
Risposta

....

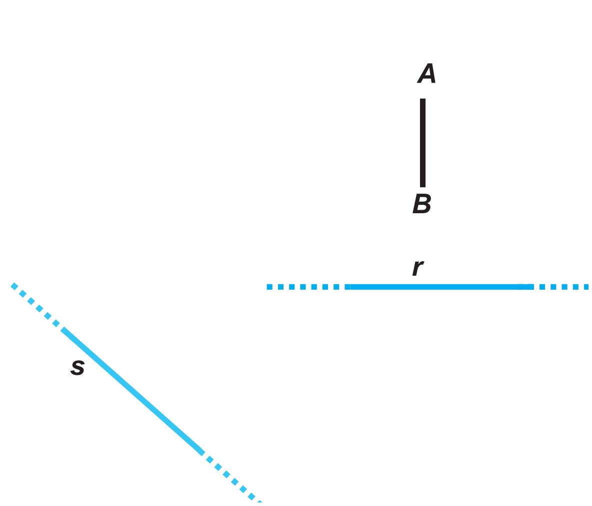
Disegni per capire

SCHEDA 17

a) Traccia le distanze del punto *P* dalle rette *r*, *s*, *t*, *u*, *v*, *w*.



b) Traccia le proiezioni del segmento AB, rispettivamente, sulle rette *r*, *s*, *t*. *u*, usando la squadra e, se possibile, colora ogni proiezione con un colore diverso.



Le proiezioni, che hai tracciato, sono congruenti tra loro? Giustifica la tua risposta con motivazioni geometriche.

....

....

....

Disegni per pensare

SCHEDA 18

a) Disegna quattro triangoli, diversi tra loro. Misura i loro angoli interni, in gradi. Calcola la somma delle misure degli angoli interni d'ogni triangolo.

.... **Triangolo 1: Somma =...........**	.... **Triangolo 2: Somma =..........**
.... **Triangolo 3: Somma =..........**	.... **Triangolo 4: Somma =..........**

- Come sono le somme degli angoli interni di ognuno dei quattro triangoli? ....

- Quale proprietà riguardante gli angoli interni potrebbe avere ogni triangolo?

....

....

b) Osserva questo disegno, in cui la retta CD è parallela alla retta BA.

Come sono l'angolo β e l'angolo ε?

....,

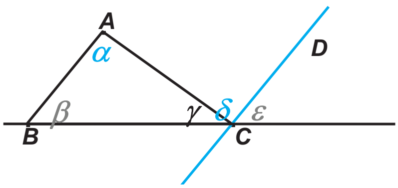
perché sono ....

....

Come sono l'angolo α e l'angolo δ?

....

perché sono ....



....

γ + δ + ε = ... **Perciò,** γ + α + β = ...

c) Se calcolassi la somma delle misure degli angoli interni del triangolo disegnato a destra, troveresti un numero diverso dalle somme che hai trovato prima? ....

Perché? ....

Inventare un problema

SCHEDA 19

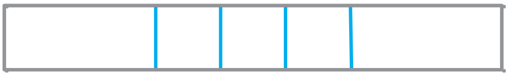


Figura 1

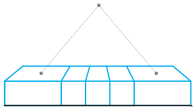


Figura 2

La figura 1 rappresenta la superficie inferiore di un lampadario (fig. 2), che è formata da quadrilateri di vetro. Il lato più lungo d'ogni rettangolo misura 35 cm e supera quello più corto di 20 cm. La parte centrale è formata da tre quadrati. La parte inferiore del lampadario, rappresentata in figura 1, è contornata da una lamina scura di metallo.

a) Scrivi il testo di un problema, in cui si chiede di determinare la lunghezza della lamina scura, descrivendo la figura 1 con parole tue, in modo che possa risolverlo anche chi non può vedere la figura.

....
....
....
....
....
....
....

b) Risolvi il problema di cui hai scritto il testo.

....
....
....
....
....
....
....
....

Risposta

....
....

3) Sapresti sintetizzare il procedimento risolutivo del problema con una sola espressione aritmetica?
Se ci riesci, scrivi l'espressione**.**

....
....
....

Disegni per pensare

SCHEDA 20

Tra i seguenti enti geometrici,

a. altezza
b. mediana
c. bisettrice
d. asse

nel disegno di figura 1,

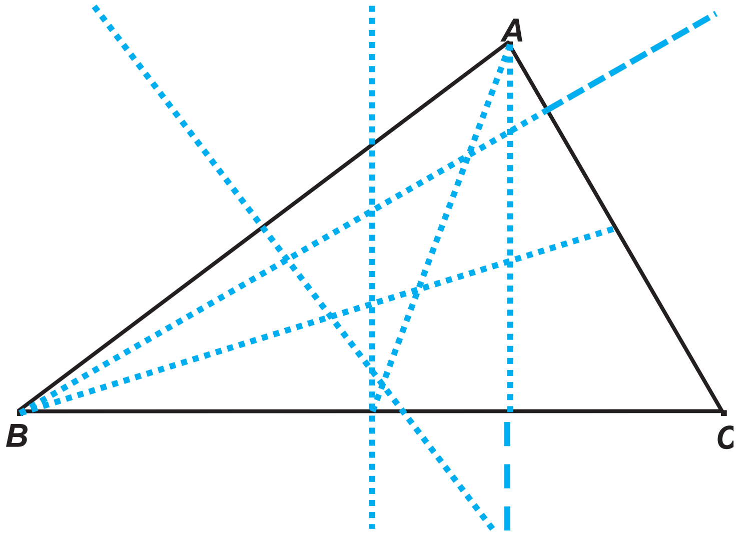


Figura 1

non trovi:

....

....

mentre ci sono:
(Scrivi a quale lato è riferito ogni ente geometrico che hai individuato)

....

....

....

....

....

....

Giustifica le tue risposte.

....

....

....

....

....

....

....

SCHEDA 21

a) Elenca i punti notevoli di un triangolo e spiega cosa rappresentano.

....
....
....
....
....
....

b) Traccia le altezze del triangolo *ABC* e prolungale fino ad individuare il punto in cui s' incontrano.

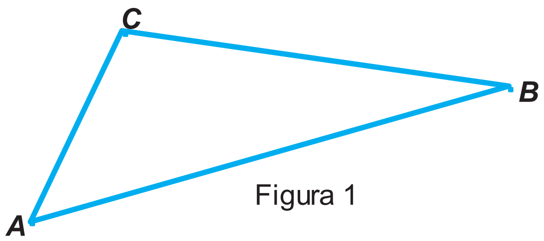


Figura 1

c) Osserva la figura 2. Il triangolo rappresentato è rettangolo e il punto Q è il punto medio dell'ipotenusa.

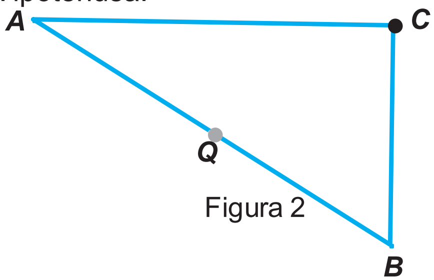


Figura 2

Quali punti notevoli del triangolo potrebbero essere, rispettivamente, il punto ***Q*** e il punto ***C***?

....
....

Perché?

....
....
....
....
....

Una scheda per pensare

SCHEDA 22

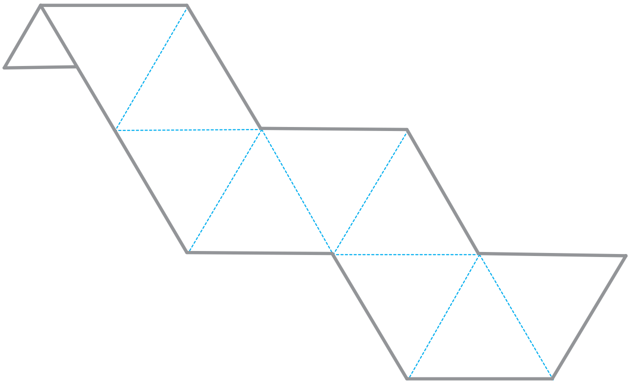
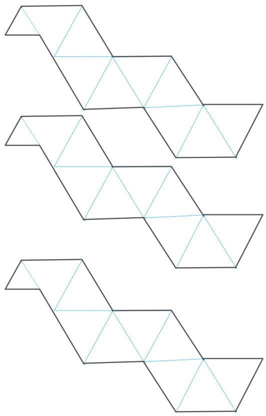


Figura 2

Figura 1

a) La figura 1 si può ottenere componendo poligoni diversi e c'è più di un modo per farlo. In figura 2, è rappresentata una composizione possibile. Descrivi tre diverse composizioni di poligoni, ciascuna delle quali permette di ottenere come risultato la figura 1. Se lo credi utile, puoi colorare in modo opportuno le figure corrispondenti poste a destra.



Composizione *A*:

....

....

....

Composizione *B*:

....

....

....

Composizione *C:*

....

....

....

2) Dal disegno, puoi fare rapidamente una buona stima della misura del contorno della linea spezzata che lo contorna? Perché?

....

....

....

....

....

2c. Note sulle Schede di Lavoro, da 13 a 22.

SCHEDA 13

Obiettivi della scheda:

- riflettere sulla differenza fra misure percepite e misure eseguite, per favorire la comprensione del significato delle misure;
- descrivere com'è stato usato il goniometro per misurare un angolo concavo. Se si usano goniometri che permettono di misurare soltanto gli angoli convessi, si possono costruire procedimenti diversi (ad esempio, si può misurare l'angolo esplementare, che è convesso, e quindi... oppure misurare la differenza fra l'angolo dato e l'angolo piatto e quindi...).

SCHEDA 14

Questa scheda si propone di favorire la comprensione delle proprietà degli angoli formati da coppie di rette parallele tagliate da una trasversale.

Qualche richiesta non è facile, perché sono rappresentati angoli formati, da coppie di rette tagliate dalla stessa trasversale ma appartenenti a fasci diversi. Inoltre, la determinazione della misura dell'angolo a_{12} richiede un ragionamento. È utile discuterla in classe.

SCHEDA 15

Una larga percentuale di allievi incontra difficoltà a risolvere problemi simili a quelli presentati in questa scheda, perché è necessario applicare conoscenze apprese in ambiti diversi (concetto di angoli supplementari, risoluzione di problemi con frazioni, calcolo con numeri appartenenti a un sistema sessagesimale). Per questo motivo, i calcoli aritmetici da eseguire sono semplici e la risoluzione del primo problema è guidata. Il secondo quesito, simile al primo ma leggermente più facile, potrebbe essere risolto senza suggerimenti.

Il disegno richiesto alla fine del primo quesito consente di verificare graficamente i risultati trovati.

La seconda verifica è di tipo numerico; sarebbe bene che essa fosse descritta a parole e non limitata alla scrittura delle operazioni aritmetiche eseguite.

SCHEDA 16

I tre quesiti proposti si risolvono eseguendo moltiplicazioni e divisioni in un sistema numerico sessagesimale. Questo tipo di calcoli è difficile per un numero non trascurabile di alunni.

L’ultimo quesito offre l’occasione di confrontare due procedimenti risolutivi, perché si può moltiplicare per sette la misura dell’angolo al centro di uno dei settori circolari oppure addizionare tale misura a quella dell’angolo al centro del cartoncino rappresentato in figura 1.

SCHEDA 17

Questa scheda è stata costruita perché una percentuale significativa di alunni incontra difficoltà, quando si devono tracciare rette passanti per un punto, perpendicolari a rette assegnate e non parallele ai lati del foglio. Questa scheda propone anche la costruzione delle proiezioni di un segmento su rette con direzioni diverse. È utile riflettere in classe sulla variazione della lunghezza della proiezione di un segmento al variare della direzione secondo la quale si proietta.

SCHEDA 18

L’obiettivo di questa scheda è guidare l’allievo alla scoperta della nota proprietà concernente la somma degli angoli interni di un triangolo. Molti libri di testo propongono la verifica di tale proprietà utilizzando la rappresentazione di un solo triangolo. In questa scheda si chiede di costruire quattro triangoli diversi, affinché la proprietà sia verificata in figure diverse.
Al punto b) si pone un quesito difficile per alunni della prima classe, che possono essere guidati alla risposta dall’insegnante. Lo scopo di questa parte della scheda è cominciare ad evidenziare la differenza tra verifica e dimostrazione (Troppi studenti confondono le verifiche con le dimostrazioni, anche dopo la scuola secondaria di primo grado).
Nel punto c) si propone un’ulteriore riflessione sul concetto di dimostrazione. Il quesito non è facile per allievi della prima classe. La risposta può essere guidata dall’insegnante.
Per risolvere il quesito ***a)****, può essere utile usare un software di geometria dinamica.*

SCHEDA 19

La scheda 19 non è facile.
La prima parte è difficile, perché molti alunni non riescono a scrivere il testo di un problema, anche per difficoltà di tipo linguistico. Inoltre, la richiesta d’inserire una descrizione rende meno agevole rispettare la consegna posta.
La presenza nel testo della relazione “supera di” rende non facile la risoluzione del problema.
Il quesito del punto c) può risultare molto difficile. Infatti, durante la sperimentazione, è stato notato che circa la metà degli alunni che hanno

risolto il problema non ha formalizzato il processo risolutivo seguito. Si consiglia di aiutare a risolvere il problema gli alunni che non riescono a farlo autonomamente, così possono provare a costruire l'espressione numerica richiesta.

SCHEDA 20

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- favorire la comprensione d'alcuni concetti fondamentali riguardanti i triangoli;
- sollecitare la giustificazione delle risposte date.

SCHEDA 21

I quesiti a) e b) sono facili e sono destinati a migliorare la conoscenza e la comprensione dei concetti. Il quesito c) non è facile, perché richiede un ragionamento, che deve essere descritto nella giustificazione. I quesiti b) e c) potrebbero essere affrontati in modo più interessante con *CABRI*, tracciando altezze, mediane e bisettrici di un triangolo e mettendo in evidenza le diverse posizioni di ortocentro, baricentro, incentro e circocentro, al variare della forma del triangolo.

SCHEDA 22

Questa scheda si propone di sollecitare la riflessione sui dati forniti da una rappresentazione grafica.
La figura si può pensare costituita da triangoli oppure da trapezi e triangoli oppure...
Con un righello graduato si verifica rapidamente che la spezzata è costituita da lati di triangoli equilateri congruenti e dai lati di un triangolo equilatero, che sono la metà dei lati dei triangoli più estesi.

2d. La Terza Prova di verifica e i suoi obiettivi

Questa prova comprende tredici quesiti. Si è verificato che essa può essere condotta a termine in ottanta minuti.

Nella tabella 1, con riferimento alla figura 1, sono indicate le percentuali di risposte corrette fornite dagli alunni negli anni scolastici 2005/2006 e 2006/2007.

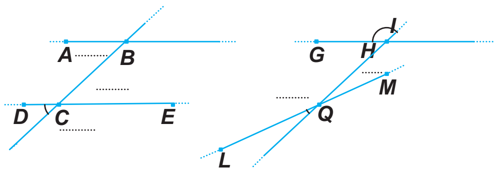


Figura 1

Anni scolastici	Angolo ABC	Angoli. BCE, FCE	Angolo HQM	Angolo LQH	Numero Alunni
2005/2006	75%	77%	76%	46%	680
2006/2007	73%	71%	76%	47%	950

Tabella 1

Si nota che la percentuale di risposte corrette riguardanti la misura dell'angolo $L\hat{Q}H$ è, nettamente, la minore.
Nel quesito 7, le risposte corrette riguardanti le proiezioni dei segmenti *GH* e *MN* sono meno numerose delle altre.
Gli esiti di queste domande evidenziano che molti alunni hanno una conoscenza approssimativa di definizioni e proprietà.
Nel quesito 5 si chiede di costruire l'asse di un segmento e di descrivere il procedimento seguito per farlo. Osservando la tabella 2, si nota che

Anni scolastici	Disegno asse	Descrizione: Senso	Descrizione: Corrett_Linguist.	Numero Alunni
20052/006	83%	71%	55%	680
2006/2007	77%	66%	48%	950

Tabella 2

circa un quinto degli allievi che hanno disegnato l'asse del segmento dato non fornisce una descrizione con significato corretto delle azioni compiute. La percentuale di descrizioni grammaticalmente corrette è nettamente inferiore ed evidenzia la presenza di carenze di tipo linguistico, che possono influenzare anche il profitto in matematica.

TERZA PROVA DI VERIFICA DI GEOMETRIA

Prima classe della scuola secondaria di primo grado
Anno scolastico .... data..........................
NOME E COGNOME ……………………………… CLASSE …………

Strumenti da utilizzare: doppio decimetro, compasso
Tempo disponibile per completare la prova: 80 minuti CL1_pr3

QUESITI

1) **Senza misurare con il goniometro, sostituisci ai puntini le corrispondenti misure delle ampiezze degli angoli rappresentati nelle seguenti figure, sapendo che:**

a) l'angolo segnalato con un arco in figura 1a misura 60°

b) gli angoli segnalati con archi in figura 1b misurano 35° e 120°

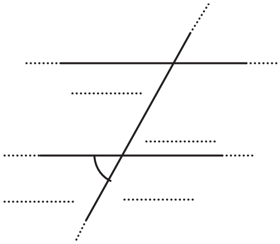


Figura 1a

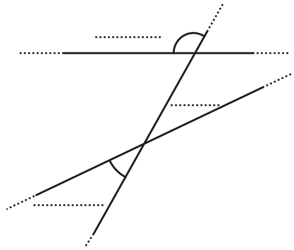


Figura 1b

2) Risolvi il seguente problema: "*Due angoli sono supplementari ed uno è il triplo dell'altro. Calcola la misura dell'ampiezza dei due angoli*".

Per risolvere il problema puoi aiutarti con un disegno.

Procedimento **Disegno**

…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………
…………………………………………………………………

3) Rileggi il testo del quesito numero 2 e rispondi alle seguenti domande:

a) Scrivi la definizione di "angoli supplementari".

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

b) Che cosa significa "uno è triplo dell'altro"?

……………………………………………………………………………………………

c) Questi due angoli potrebbero essere due degli angoli interni di un triangolo? Perché?

Risposta:

……………………………………………………………………………………………

Giustificazione:

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

4) **Esegui i seguenti calcoli e scrivi i risultati in forma normale.**

a) 32° 20’ + 18° 51’ =   b) 28’ 2” - 20’ 5” =   c) 40° 6’ 12” × 6 =   d) 18° 20’ 30” : 5 =

Calcoli

5a) Scrivi la definizione di “ asse di un segmento”

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

5b) Disegna l’asse del seguente segmento usando il compasso (*non cancellare le tracce lasciate dagli strumenti usati*).

Descrivi come usi il compasso per costruire l’asse del segmento AB

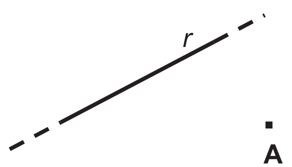
…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

6) Determina un punto C sulla retta *r* in modo che la retta che contiene il segmento AC e la retta *r* siano perpendicolari. Misura il segmento AC.

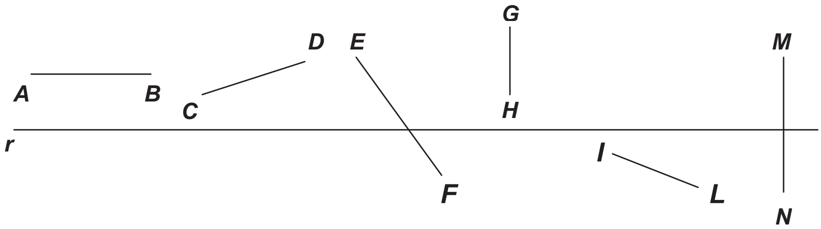


La misura del segmento AC è ..... cm e rappresenta la ……….......... del ………………… dalla retta *r*.

Quante rette passanti per il punto A sono perpendicolari alla retta *r* ?

…………………………………………………………………………………………………

7) Traccia la proiezione ortogonale sulla retta r di ogni segmento:



8) Scrivi la definizione di diagonale di un poligono.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

9) Completa la seguente tabella e rispondi alla domanda b).
a) Completamento della tabella:

Nome del poligono	Disegno del poligono e delle sue diagonali	Numero diagonali
9.1) Pentagono		……………………
9.2) Esagono		……………………

b) Domanda: Quante sono le diagonali di un poligono di sette lati?
Numero delle diagonali di un poligono di sette lati:
……………………………………………………………

Come hai trovato questo risultato?
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

10) Carlo ha quattro cannucce lunghe rispettivamente 6 cm, 8 cm, 11 cm e 18 cm.
In quali casi, prendendo tre di queste cannucce, può costruire un triangolo che le abbia come lati? Rispondi, precisando la lunghezza dei lati di <u>ogni</u> triangolo costruibile, e giustifica la tua risposta.

<u>Risposta</u>:
Le misure dei lati di ogni triangolo costruibile sono ………………………………
…………………………………………………………………………………………
e perciò può costruire ……………triangoli diversi.
Giustifica la tua risposta. ……………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

11) Disegna con il goniometro un angolo di 145°.

12) In un rettangolo ABCD, due lati consecutivi misurano, rispettivamente, 4 cm e 5 cm. Un triangolo EFG ha il perimetro uguale a quello del rettangolo ABCD. Inoltre, il triangolo EFG ha il lato EF che misura 6 cm e il lato FG che supera di 5 cm la metà del lato EF.

a) Quali sono i dati forniti dal testo del problema? ………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

b) Determina la misura del perimetro del rettangolo.
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

c) Determina la misura del lato GE del triangolo.
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

d) Riusciresti a calcolare la misura del lato GE del triangolo utilizzando una sola espressione?
Risposta: No ; Sì
Se hai risposto Sì scrivi l'espressione che potresti utilizzare per calcolare la misura del lato GE.
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

13) Utilizzando riga e compasso, disegna un triangolo i cui lati misurano, rispettivamente, 3 cm, 4cm e 5 cm.
Non cancellare i segni lasciati dal compasso.

Disegno

CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA
CL1_pr3 anno .. mese ....

CONTENUTI

NUMERI QUESITI / CONTENUTI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
- Proprietà di angoli consecutivi, angoli adiacenti, angoli opposti al vertice	**ANGOLI: proprietà**	a,b												
-Angoli acuti, ottusi		b												
-Multipli e sottomultipli di angoli	**ANGOLI: operazioni**													
-Angoli complementari, supplementari														
-Angoli formati da coppie di rette tagliate da una trasversale (proprietà)		a												
-Misure angolari (sessagesimali)	**ANGOLI: misure**													
-Operazioni con conversione tra unità di misura sessagesimali					a,b,c, d									
- Rette perpendicolari	**RETTE: perpendicolarità**													
-Asse di un segmento						a,b								
- Distanza di un punto da una retta														
- Proiezione di un punto su una Proiezione di un segmento su una retta								a,b,c, d,e,f						
-Diagonali di un poligono	**POLIGONI: diagonali**													
-Costruibilità dei triangoli	**TRIANGOLI, RETTANGOLI**													
-Costruzione di un triangolo														
-Somma angoli interni di un triangolo				c										
-Triangoli													c	
-Rettangoli													b	

Tabella 1

ABILITÀ

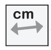
NUMERI QUESITI ABILITA'		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati	COMPRENDERE													
-Comprendere definizioni, enunciati, proprietà		a,b						a,b,c, d,e,f,		9.1-9.2, b				
- Riconoscere tutti i dati forniti nel testo di un problema													a	
- Descrivere termini	COMUNICARE VERBALMENTE			b										
- Dare definizioni sensate di semplici oggetti matematici (angolo, rettangolo, …)				a		a								
- Descriver eun procedimento risolutivo														
- Interpretare visualizzazioni	INTERPRETARE DI VISUALIZZAZIONI	b												
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici) per consegna	COSTRUIRE VISUALIZZAZIONI PER CONSEGNA					b		a,b,c, d,e,f,		.1,.2, Att				
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici….) per decisione propria	COSTRUIRE DI VISUALIZZAZIONI SPONTANEAMENTE													
-Giustificare affermazioni anche con semplici ragionamenti concatenati(senso)	ARGOMENTARE (forma orale, scritta,.)													
-Risolvere un problema	RISOLVERE E PORSI PROBLEMI												b	
-Risolvere un problema con relazioni													c	
- Realizzare formalizzazioni di un procedimento risolutivo seguito													d	
-Costruire figure con compasso	MISURARE													
Costruire figure con strumenti														
-Eseguire operazioni con equivalenze					a,b,c, d									
-Scrivere i risultati in forma normale														
-Esplicitare le unità di misura														
-Correttezza linguistica						c								
-Eseguire correttamente calcoli aritmetici					a,b, c,d									

Tabella 2

UNITÀ 3: POLIGONI (proprietà,congruenza, aree); ISOMETRIE

3a. Contenuti e Abilità

Classe Seconda		
La corrispondenza tra argomenti e periodi può essere diversa da quella indicata. Sono indicati in carattere *corsivo* gli argomenti svolti soltanto da alcuni docenti.		
Periodo: Settembre – ottobre		
Conoscenze	**Abilità**	**Note didattiche** (attività, riflessioni, …)
- Ripresa e conclusione degli ultimi argomenti dell'anno scolastico precedente: -proprietà dei triangoli, dei parallelo-grammi e dei trapezi. **Misura** **Relazioni** **Costruzione e interpreta-zione di formule.**	Descrivere a parole le proprietà rilevate; - conoscere, capire e motivare alcune proprietà dei poligoni; - disegnare poligoni rispettando consegne assegnate; - risolvere problemi sulla costruibilità dei poligoni; - produrre, motivare, verificare congetture. Utilizzare in modo consapevole le unità di misura del Sistema Internazionale; - effettuare e stimare misure in modo diretto e indiretto. Risolvere problemi con disuguaglianze, multipli, sottomultipli. - Formalizzare pro-cedure risolutive. - Esprimere in modo corretto definizioni, descrizioni e argomentazioni; - comprendere, a	Cfr. Note didattiche dell'Unità 2. **Attività** ☺ - Disegnare o costruire con materiali vari modelli di poligoni (possibilmente deformabili), effettuare misure, riflettere sui risultati trovati, produrre congetture, verificarle, giustificarle geometricamente (ad esempio: costruire quadrilateri, pentagoni qualunque, misurare i loro angoli interni, calcolare la somma degli angoli interni d'ognuno di essi, osservare come variano tali somme al variare del numero dei lati, ragionare sul numero di triangoli in cui si può dividere un poligono; con un software di geometria dinamica, si ottengono rapidamente misure abbastanza precise degli angoli; - costruire parallelogrammi secondo la definizione più tradizionale (quadrilateri con i lati opposti paralleli); misurare alcuni elementi di ogni parallelogrammo costruito, avanzare congetture sulle proprietà e giustificare le affermazioni fatte in casi semplici, utilizzando i criteri di congruenza dei triangoli.(**Schede 23, 24, 25**); - tracciare più altezze relative a uno dei lati di un parallelogrammo, comprese alcune che cadano sulla retta del lato in un punto esterno al lato stesso; tracciare più altezze relative agli altri lati dello stesso parallelogrammo, per comprendere il concetto di altezza di un parallelogrammo. - Risolvere problemi, costruire formule contenenti procedure per risolvere problemi (**Scheda 26)** formulare problemi risolvibili con espressioni numeriche

	livello intuitivo la nozione d'insieme; eseguire in modo consapevole alcune operazioni elementari fra insiemi.	assegnate (Esempio:" Scrivi il testo di un problema di geometria, che si può risolvere con l'espressione: $25 \times 32 + (25 + 7) \times 15 : 2$). Applicare la nozione d'insieme ed eseguire qualche operazione elementare fra insiemi in ambito geometrico (**Scheda 27**).
		<u>Prima prova scritta:</u> **20 ottobre-5 novembre**
Periodo: novembre		
Conoscenze	**Abilità**	**Note didattiche** (attività, riflessioni, …)
Figure congruenti, criteri di congruenza dei triangoli (*e di poligoni con un numero qualunque di lati*).	Conoscere la definizione di poligoni congruenti; -riconoscere figure piane congruenti; - applicare i criteri di congruenza dei triangoli; - rappresentare poligoni congruenti; - risolvere problemi riguardanti congruenze.	**Attività** ☺ - Utilizzare la proprietà di sovrapponibilità per riconoscere figure piane congruenti; nel caso di poligoni verificare che i lati e gli angoli sono ordinatamente congruenti (**Scheda 28**); - costruire modelli di triangoli congruenti e avanzare congetture sulle regole da seguire per costruire triangoli congruenti (Ad esempio, dato un triangolo, usando asticelle o strisce di plastica, si può verificare che ai suoi vertici si possono sovrapporre quelli di ogni triangolo, costruito con un lato e i due angoli ad esso adiacenti congruenti a quelli del triangolo dato. Queste verifiche si possono effettuare rapidamente anche con Cabri; utilizzando lo strumento ); in questo modo, si guida l'allievo a "scoprire" i criteri di congruenza dei triangoli e se ne evidenzia l'utilità); - applicare i criteri di congruenza dei triangoli per giustificare la costruzione di un parallelogrammo o della bisettrice di un angolo (**Schede 29, 30**).
Periodo: dicembre		
Poligoni equivalenti.	- Riconoscere figure piane equivalenti; - distinguere il concetto di congruenza da quello di equivalenza tra figure piane; - comprendere le	**- Attività** ☺ Riconoscere equivalenze tra figure geometriche piane rappresentate su fogli quadrettati (**Scheda 31)** oppure costruite con elastici su supporti quadrettati rigidi; - porre e risolvere problemi sulla aree, riferiti anche a contesti reali (**Schede 32,**

	unità di misura delle aree; - calcolare l'area della superficie di una figura piana composta.	**33),** con uso di unità di misura diverse (**Scheda 34**), e la scrittura di formule (**Schede 35, 36)**; - misurare perimetri ed aree di oggetti reali, rilevando le approssimazioni e utilizzando unità di misura diverse.
Periodo: Gennaio –Febbraio*		
- Isometrie (traslazione)	- Capire il concetto di vettore e di traslazione; - rappresentare traslazioni;	**Attività** ☺ Eseguire movimenti di figure utilizzando carta quadrettata; - manipolare figure,usare Cabri, per produrre congetture sulle proprietà delle traslazioni, giustificare le congetture formulate; -dimostrare, senza eccessive formalizzazioni, qualche proprietà delle traslazioni (**Scheda 37**)
		<u>**Seconda prova scritta:**</u> **5 febbraio- 20febbraio**

* Alcuni docenti propongono ai propri allievi le trasformazioni isometriche nel piano prima delle equivalenze fra poligoni, altri prima delle similitudini. Le osservazioni degli insegnanti e gli esiti delle prove di verifica somministrate agli alunni mostrano che l'interiorizzazione di questi concetti richiede tempo. Per questi motivi, si consiglia di introdurre le trasformazioni geometriche in questo periodo dell'anno scolastico, e di svolgere questo tema un poco alla volta. Alcuni quesiti riguardanti questo argomento sono inseriti nella terza prova di verifica.

3b. Schede di lavoro, da 23 a 27

Queste sei schede riguardano alcuni dei temi coinvolti nella prima prova scritta.

Disegni per pensare

SCHEDA 23

Le rette r_1 ed r_2 (fig.1) sono incidenti nel punto A. Segna un punto D, scelto a tuo piacere, sulla retta r_1 ed un punto B, scelto a tuo piacere, sulla retta r_2.

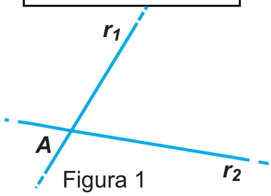


Figura 1

Traccia le rette parallele a r_1 e a r_2 e passanti, rispettivamente, per i punti B e D. Denomina con la lettera C il punto d'intersezione fra le due rette che hai disegnato. Traccia il poligono *ABCD.*

Il poligono che hai tracciato è un quadrilatero particolare, detto .... perché ....

Completa la seguente tabella:

	lato *AB*	lato *BC*	lato *CD*	lato *DA*
Misura (cm)				
	angolo *ABC*	angolo *BCD*	angolo *CDA*	angolo *DAB*
Misura (gradi)				

a) Cosa noti riguardo alle misure dei lati e degli angoli di *ABCD*?

....

....

Fai osservazioni simili a queste, leggendo la tabella di qualche tuo compagno di classe?

....

b) Cosa si può pensare dei lati opposti di un parallelogrammo?

....

c) Cosa si può pensare degli angoli opposti di un parallelogrammo?

....

Ricorda la definizione di parallelogrammo e le proprietà degli angoli corrispondenti e di quelli alterni interni formati da due rette parallele, tagliate da una trasversale. Avresti potuto prevedere le uguaglianze tra misure angolari, che hai trovato? Perché?

....

....

Quale proprietà degli angoli opposti di un parallelogrammo puoi far derivare dalla tua giustificazione?

....

L'architetto risponde

SCHEDA 24

Si desidera pavimentare una stanza rettangolare, i cui lati misurano 3 m e 4 m, con mattonelle bicolori tutte uguali tra loro. Sono disponibili mattonelle a forma di rombo, ciascuna delle quali è divisa, da una delle diagonali, in due parti, una bianca e una azzurra. Tale diagonale misura 30 cm ed è congruente ad un lato del rombo.

Con questo tipo di mattonelle, è possibile ricoprire il pavimento della stanza, senza lasciare spazi vuoti tra una mattonella e l'altra, o si può ottenere questo risultato acquistando mattonelle di forma quadrata, con gli stessi colori, aventi il lato uguale a 40 cm?

Se lo ritieni utile, puoi rappresentare, a destra, una mattonella a forma di rombo e una quadrata.

Rispondi e motiva la risposta utilizzando le tue conoscenze in geometria.
....
....

Il proprietario dell'appartamento decide di utilizzare le mattonelle a forma di rombo e ti chiede di disegnare, due diverse disposizioni delle mattonelle, ciascuna delle quali produce un motivo decorativo formato da figure geometriche diverse. Puoi utilizzare riga, squadra e compasso.

Disposizione 1 Con questa disposizione, il motivo decorativo è formato da	
Disposizione 2 Con questa disposizione, il motivo decorativo è formato da	

SCHEDA 25

Risolvi i seguenti problemi:

1) In un parallelogrammo un angolo interno è i $\frac{2}{3}$ di un altro, che misura 120°.

1a) Quanto misura ciascuno degli angoli del parallelogrammo?
Procedimento ....
....

1b) Sapendo che uno dei lati misura 3 cm**,** rappresenta il parallelogrammo con un disegno. Cosa noti?
....
....
....
....

2) In un rombo, una diagonale supera uno dei lati di 4 cm e la somma fra la sua misura e quella del lato è pari a 10 cm.

a) Quanto misura ciascuno dei lati del rombo?
Procedimento ....
....
....

b) Disegna il rombo. Cosa noti?
....
....
....

3) In un parallelogrammo un angolo interno misura 100° e la sua ampiezza è i $\frac{5}{4}$ di quella di un altro angolo interno.

a) Quanto misura ciascuno degli angoli del parallelogrammo?
Procedimento ....
....
....
Per rispondere a questa domanda, sono necessari tutti i dati forniti dal testo? Perché? ....
....

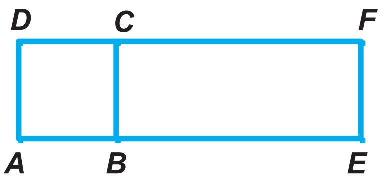
b) Rispettando i dati del problema, disegna un parallelogrammo, avente uno dei lati lungo 3 cm.
Con questi dati, puoi rappresentare un solo parallelogrammo? Perché?
....
....

Problemi e formule

SCHEDA 26

1) Leggi ***attentamente*** questo problema:

"Il rettangolo AEFD è formato dal quadrato ABCD e dal rettangolo BEFC. Il lato AE misura 35 cm e il segmento AB è $\frac{2}{5}$ del segmento BE. Calcola il perimetro di AEFD."



a) Scegli, fra le seguenti, la formula che contiene il procedimento risolutivo del problema.

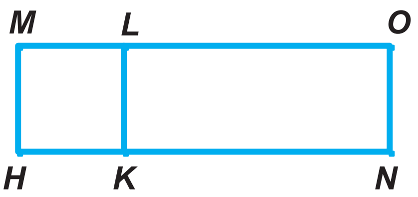
- ☐ 35 : 5 × 2 × 3 + 35 : 5 × 5 × 2
- ☐ 35 : 5 × 2 + 35 : 5 × 3
- ☐ (35 : 7 × 2) × 2 + 35 × 2
- ☐ (35 – 35 : 5) × 3 + (35 – 5) × 2 + (35 – 35 : 5)

b) Scrivi con quali motivazioni hai fatto la tua scelta.

....
....
....
....

2) *Risolvi questo problema*

Il perimetro del rettangolo *HNOM* misura 180 cm. Il segmento *HK* è un lato del quadrato *HKLM* ed è $\frac{2}{5}$ del segmento *KN*.



a) Determina la misura del segmento *HK* e quella del segmento *HN*.

Procedimento

....
....
....
....
....

b) Dopo aver risolto il problema, leggi con attenzione il procedimento risolutivo e scrivi due formule che contengano il procedimento per calcolare, rispettivamente, la misura del segmento *HK* e quella del segmento *HN.*

HK = ...

HN = ...

Una scheda per capire

SCHEDA 27a

Sara e Piero si preparano a costruire un *collage*.
Sul banco di Sara ci sono alcune tessere colorate (fig. 1).

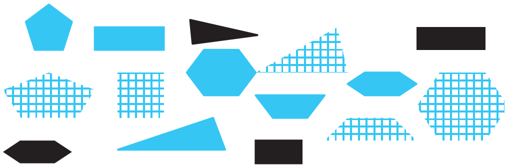


Figura 1

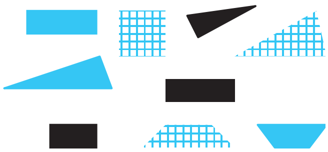


Figura 2

Sara mette, su un foglio bianco, quelle con meno di cinque lati (fig. 2).
Sara ha costruito una collezione di oggetti ben distinti e distinguibili. Per questo motivo, un matematico direbbe che Sara, scegliendo tra tutti gli oggetti a sua disposizione, ha costruito un INSIEME, che si potrebbe chiamare, per esempio, "Pochi lati".

Figura 3

Piero sposta nuovamente le tessere, ponendo su un altro foglio tutte quelle chiare, monocolori (fig. 3).
Anche Piero ha costruito una collezione di oggetti ben distinti e distinguibili, che formano un altro INSIEME, che si potrebbe chiamare, per esempio, "Chiari".

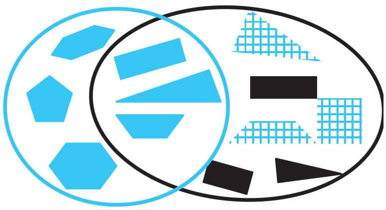


Figura 4

Sara e Piero desiderano individuare le tessere che hanno meno di cinque lati e sono chiare, monocolori. Dopo aver posto le tessere su un foglio bianco (fig. 4), circondano le figure con meno di cinque lati con un ovale nero e quelle chiare monocolori con uno chiaro.

Le tessere, contenute nella parte con il contorno nero e anche in quella contornata in grigio, hanno le proprietà sia delle tessere appartenenti all'insieme "Pochi lati" sia di quelle che formano l'insieme "Chiari".
Il solito matematico direbbe che queste tessere costituiscono un nuovo insieme che è l'INTERSEZIONE degli insiemi "Pochi lati" e "Chiari".

Sara e Piero hanno eseguito un'operazione fra i due insiemi, detta "INTERSEZIONE FRA INSIEMI", che ha questo simbolo: $\cap$.

Spesso è comodo dare ad un insieme un nome breve, ad esempio una lettera maiuscola.
Se indichiamo con la lettera A il primo insieme, con la B il secondo e con la C il terzo, possiamo scrivere $A \cap B = C$.

SCHEDA 27b

1) Nella figura 1, sono rappresentati quadrilateri con le diagonali perpendicolari e parallelogrammi.

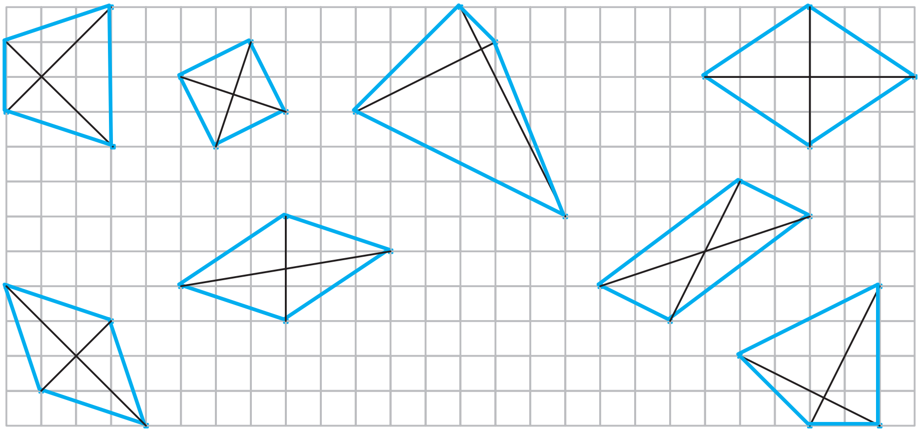


Figura 1

Copiali nella figura 2, disponendoli in modo da evidenziare l'insieme dei parallelogrammi (***P***), quello dei quadrilateri con le diagonali perpendicolari (***Q***) e, nel riquadro centrale, l'intersezione dei due insiemi.

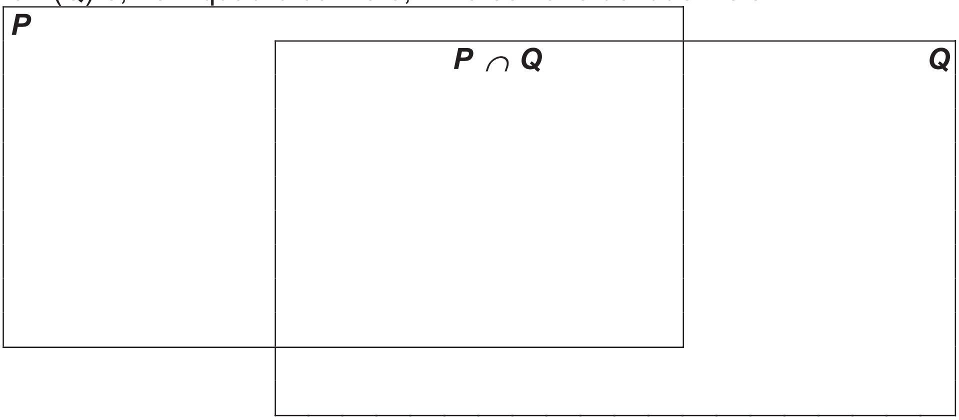


Figura 2

Con quale termine sono denominate le figure geometriche che hai inserito in ***P*** ∩ ***Q***? ....

2) Nel piano, considera l'insieme dei quadrilateri con due angoli retti (***Q***) e l'insieme dei parallelogrammi (***P***). Quali figure geometriche costituiscono ***Q*** ∩ ***P***? ....

Giustifica la tua risposta

....

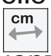
....

....

3c. Note sulle schede di lavoro, da 28 a 37

SCHEDA 23

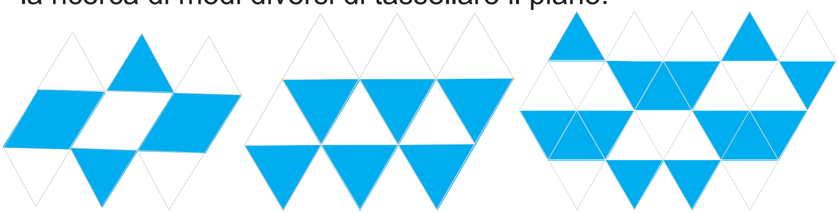
Gli obiettivi di questa scheda sono:
- facilitare l'interiorizzazione della definizione di parallelogrammo,
- guidare alla scoperta d'alcune proprietà dei parallelogrammi,
- introdurre alla dimostrazione,
- sollecitare il confronto fra alunni.

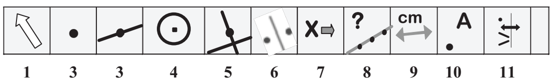
Con CABRI, a partire da una retta (*r*) passante per un punto (*A*) e una (*s*) passante per un punto (*B*), tracciando due rette rispettivamente parallele ad r e ad s, si costruisce un parallelogrammo, che si deforma ad ogni spostamento di *r*, *s*, *A* e *B*. Per evidenziare il parallelogrammo, si consiglia di costruire un quadrilatero con i vertici nei quattro punti d'intersezione fra le rette disegnate. Le misure dei lati e degli angoli, nonché le distanze dei vertici dal punto d'incontro delle diagonali, si possono far calcolare da CABRI, utilizzando il bottone 

.
Se è già stato spiegato il secondo criterio di congruenza dei triangoli, si può chiedere agli allievi di giustificare geometricamente anche la congruenza dei lati opposti di un parallelogrammo.

SCHEDA 24

Questa scheda si propone di sollecitare
- l'applicazione della definizione di rombo, di triangolo equilatero e delle proprietà dei parallelogrammi, in una situazione di vita quotidiana,
- l'attitudine ad argomentare,
- la ricerca di modi diversi di tassellare il piano.





I rombi bicolori si costruiscono facilmente, con Cabri. (cursore sul bottone **3**, **Poligono regolare**, scelta “ 3 lati”; cursore sul bottone **6**, **Simmetria assiale** del triangolo rispetto ad un suo lato; cursore sul bottone **11, Colore**, un colore per ogni contorno di triangolo e, quindi, **Riempimento**, un colore per ogni triangolo). Costruito un rombo, se ne possono costruire altri mediante simmetrie (bottone **6**). Si stampa, si ritaglia e si ottengono tessere a forma di rombo, con cui si possono fare prove di assemblaggio.

SCHEDA 25

Per risolvere i problemi proposti in questa scheda, si devono applicare concetti riguardanti le frazioni, che in seconda classe non risultano acquisiti da quasi il 40% degli alunni. Inoltre, questa scheda offre spunti per discutere con gli alunni sul significato geometrico dei dati numerici, perché i risultati numerici di due dei problemi conducono alla costruzione di parallelogrammi “impossibili”, mentre con i dati del terzo problema si possono costruire infiniti parallelogrammi,

SCHEDA 26

In questa scheda si chiede di:
- riconoscere l’espressione numerica che contiene il procedimento risolutivo di un problema assegnato,
- risolvere un problema e scrivere una formula che rappresenti il procedimento risolutivo seguito. Entrambe le formule dovrebbero fare riferimento ai dati forniti nel testo del problema.

Ha risposto correttamente a quesiti di questo tipo circa il 35% degli alunni, ai quali sono stati somministrati.

SCHEDA 27a-b

Una conoscenza, anche a livello intuitivo, d’alcuni concetti elementari e del significato di alcuni termini della teoria degli insiemi è utile per lo sviluppo del pensiero geometrico. Per questo motivo, è stata inserita questa scheda che, nella prima parte, propone i concetti di Insieme e di Intersezione fra Insiemi, in modo informale, attraverso un esempio in cui si applicano conoscenze familiari a quasi tutti gli alunni. La seconda parte della scheda è dedicata all’applicazione degli stessi concetti.

3d. La Prima Prova di verifica e i suoi obiettivi

Una parte del primo quesito di questa prova di verifica è contenuta anche nella prova d'ingresso (paragrafo 1b) ed è riproposta all'inizio della seconda classe per ottenere indicazioni sui cambiamenti della competenza matematica degli alunni.
In figura 1, sono riportati gli esiti, in entrambe le prove, di circa 400 alunni, che hanno iniziato la scuola secondaria di primo grado nell'anno scolastico 2005/2006.

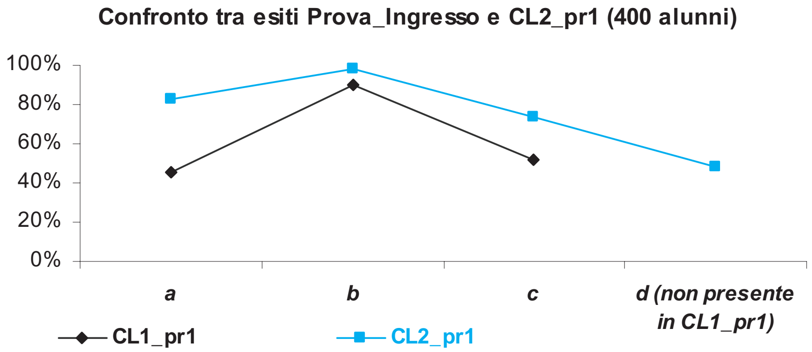


Figura 1

Il miglioramento medio è evidente, ma quasi nessuno degli allievi compresi nel quartile inferiore (25%) ha mostrato di avere capito la definizione di altezza di un triangolo.
Gli esiti della prima prova di verifica, somministrata nella seconda classe nell'anno scolastico 2006/2007, avvertono che ci sono frequenti misconcezioni anche sul concetto di altezza di un parallelogrammo (tab. 1).

Quesito 11: percentuali di risposte esatte				
Alt_rel_AB	Alt_rel_BC	Alt_rel_EF	Alt_rel_FG	Num. All.
77%	29%	64%	28%	circa 400

Tabella 1

La comprensione del senso di un'espressione numerica, che sintetizza il procedimento risolutivo di un problema, è difficile. Infatti, soltanto il 40% degli alunni ha risposto correttamente al quesito 10.

Il testo della prova è seguito da una tabella con l'indicazione degli obiettivi d'ogni quesito.

PRIMA PROVA DI VERIFICA DI GEOMETRIA

Seconda classe della scuola secondaria di primo grado

Anno scolastico .... data..........................

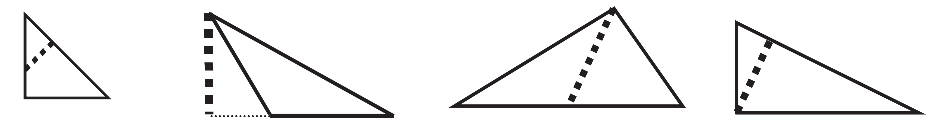
NOME E COGNOME ……………………………… CLASSE …………

Strumenti da utilizzare: doppio decimetro, compasso

Tempo disponibile per completare la prova: 80 minuti CL2_pr1

QUESITI

1) Che cosa rappresenta il *<u>segmento tratteggiato in grassetto</u>* in ognuno dei seguenti triangoli?



a)	b)	c)	d)
❑ altezza	❑ altezza	❑ altezza	❑ altezza
❑ mediana	❑ mediana	❑ mediana	❑ mediana
❑ nessuna di queste	❑ nessuna di queste	❑ nessuna di queste	❑ nessuna di queste

2) Qual è il significato della parola "isoperimetrico"?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

3) Vero o falso? (*Segna con una crocetta le risposte esatte*)

a) Il rombo è un quadrato. VERO FALSO

b) I lati di un rettangolo sono paralleli. VERO FALSO

c) I lati di un rettangolo sono a due a due paralleli. VERO FALSO

4) Disegna un quadrilatero qualsiasi.

a) Potresti disegnarne uno con tre angoli ottusi? Sì No

b) Perché?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

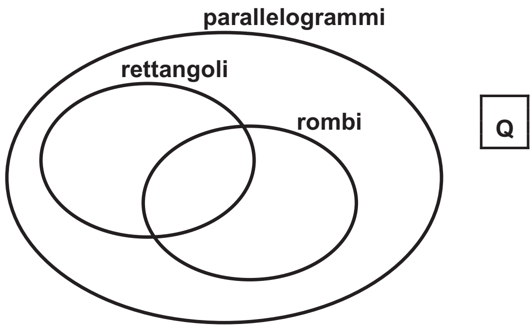
5) Un quadrilatero è diviso da una sua diagonale in due triangoli, i cui perimetri misurano, rispettivamente, 14 cm e 18 cm.

a) Se la lunghezza della diagonale tracciata è di 6 cm, qual è il perimetro del quadrilatero?
Risposta
……………………………………
……………………………………

Puoi utilizzare questo spazio per tracciare un disegno.

b) Come hai trovato questo risultato?
………………………………………
………………………………………
………………………………………

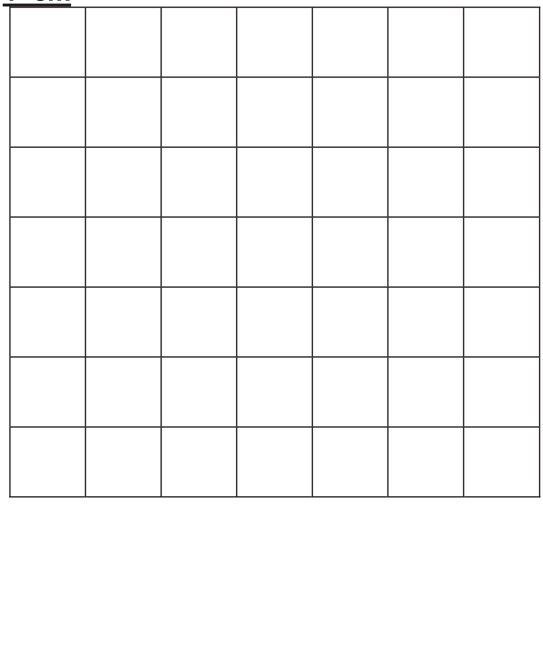
6) Copia il quadrato Q nella parte del diagramma che ti sembra più adatta per rappresentarne le proprietà.



7) In un rettangolo, un lato misura 5 cm e supera di 2 cm un altro lato.

a) Disegna il rettangolo.

1 cm



b) Calcola il perimetro del rettangolo.

Scrivi i calcoli che esegui.
……………………………………
……………………………………
……………………………………
……………………………………

Risultato……………………

8a) Sottolinea, tra i quadrilateri elencati a destra, quelli che hanno le diagonali congruenti.

Rombo, rettangolo, quadrato, trapezio, parallelogrammo, trapezio isoscele

8b) Sottolinea, tra i quadrilateri elencati a destra, quelli nei quali ogni diagonale è bisettrice di due angoli opposti.

Rombo, rettangolo, quadrato, trapezio, parallelogrammo, trapezio isoscele

9a) Determina le misure di due lati consecutivi di un parallelogrammo, sapendo che sono uno doppio dell'altro e che la somma delle loro misure è pari a 15 cm.

Procedimento

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

misura di un lato = ……………… misura dell'altro lato = ………………………

9b) Disegna un parallelogrammo con le misure di quello del problema.

<u>1cm</u>

10) *<u>Leggi attentamente il seguente problema:</u>*

"In un trapezio isoscele, il lato obliquo misura 10 cm e la base minore è 2/3 della maggiore. Trova la lunghezza della base minore, sapendo che il perimetro del trapezio misura 70 cm".

Indica con una crocetta l'espressione che fa calcolare il risultato del problema.

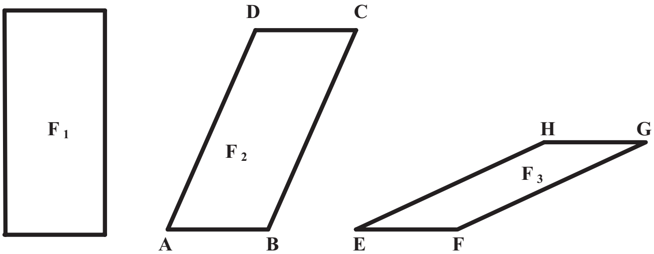
□ (70 – 10) : 3 x 2 =

□ (70 – 10 x 2) : 2 x 3 =

□ (70 – 10 x 2) : 5 x 2 =

□ (70 – 10 x 2) : 5 x 3 =

11) Il rettangolo di figura F_1 è stato costruito utilizzando asticelle collegate da viti e perciò, schiacciandolo, si possono ottenere le figure F_2 ed F_3.



a)Traccia le altezze di F_2 relative ai lati AB e BC e le altezze di F_3 relative ai lati EF e FG.

b) Le somme degli angoli interni di ciascuna delle figure sono uguali tra loro? **SÌ** **NO**

Giustifica la risposta ....

....

c) I perimetri di ciascuna delle figure sono uguali tra loro? **SÌ** **NO**

Giustifica la risposta ....

....

12) ***Determina*** **l'ampiezza di ciascuno degli angoli** ***interni*** **delle seguenti figure:**

Scrivi i ragionamenti che fai o le operazioni che esegui per determinare la misura di ciascuno degli angoli dei due trapezi.

Trapezio isoscele ABCD:

L'**angolo ABC** misura ………………….. perché …………………………………

……………………………………………………………………………………………

L'**angolo BCD** misura …………………. perché …………………………………

……………………………………………………………………………………………

L'**angolo CDA** misura …………………. perché …………………………………

……………………………………………………………………………………………

Trapezio rettangolo EFGH: ragionamento o operazioni:

L'**angolo GHE** misura …………………. perché ……………………………………

……………………………………………………………………………………………

L'**angolo HEF** misura …………………. perché ……………………………………

……………………………………………………………………………………………

L'**angolo EFG** misura ………………….. perché ……………………………………

……………………………………………………………………………………………

CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA

CL2_pr1 anno .... mese ....

CONTENUTI

CONTENUTI \ NUMERI QUESITI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
- Altezze, mediane di un triangolo	Triangoli.												
-Lati, perimetri di poligoni	Poligoni												
- Quadrilateri: proprietà angolari	Quadrilateri												
- Quadrilateri: diagonali													
- Quadrilateri: problemi													
.- Parallelogrammi: proprietà	Parallelogrammi												
- Parallelogrammi:problemi													
- Trapezi: proprietà e problemi	Trapezi												

Tabella 1

ABILITÀ

ABILITÀ \ NUMERO QUESITI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-Comprendere definizioni, enunciati, proprietà	**COMPRENDERE UN TESTO**												
- Descrivere simboli, oggetti, termini	**COMUNICARE VERBALMENTE**												
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici) per consegna	**COSTRUIRE VISUALIZZAZIONI**									*			
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici….) spontaneamente													
- Comprendere il significato di simboli, formule, rappresentazioni simboliche	**COMPRENDERE SCRITTURE SIMBOLICHE**												
- Descrivere con chiarezza un procedimento risolutivo													
'- Giustificare affermazioni	**ARGOMENTARE**												
- Risolvere un problema che richiede un'operazione o l'applicazione di una formula	**RISOLVERE E PORSI PROBLEMI**												
- Risolvere un problema che richiede due operazioni													
- Risolvere un problema che richiede tre operazioni													
- Applicare relazioni	**METTERE IN RELAZIONE**												
'-Costruire figure con strumenti	**MISURARE**												

Tabella 2

***Quesito 9:** Il disegno può essere eseguito soltanto dopo che è stato risolto il problema. Esso offre agli alunni lo spunto per verificare la correttezza dei risultati trovati e, forse, li motiva maggiormente a risolvere il problema.

METTERE IN RELAZIONE: Con una valutazione analitica di questi quesiti si possono ottenere indicazioni sulla comprensione di alcune relazioni.

MISURARE: Nella valutazione di questa prima prova della seconda classe, è opportuno rilevare la frequenza con la quale sono esplicitate le unità di misura dei risultati trovati.

Basta una parola

SCHEDA 28

L'insegnante di Carlo, Alice e Luca sta correggendo i loro compiti di matematica.

1) La definizione di asse di un segmento scritta da Carlo potrebbe essere illustrata dalla figura 1.
Secondo te, quale errore ha commesso Carlo?

....

....

....

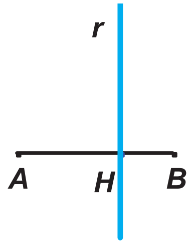


Figura 1

2) La definizione di parallelogrammo scritta da Alice potrebbe essere illustrata dalla figura 2.
Secondo te, quale errore ha commesso Alice?

....

....

....

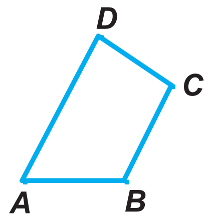


Figura 2

3) Secondo la definizione di poligoni congruenti scritta da Luca, i due poligoni rappresentati in figura 3 dovrebbero essere congruenti. Verifica se lo sono, cercando di sovrapporli.
Secondo te, è corretta la definizione di Luca? Perché?

....

....

....

....

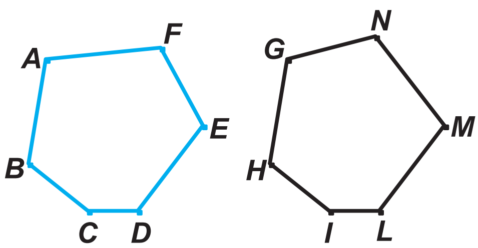


Figura 3

Se sei incerto sulla risposta da dare, compila la tabella 1, facendo corrispondere ad ogni lato e ad ogni angolo del poligono *ABCDEF* un solo lato e un solo angolo ad esso congruente del poligono *GHILMN*.
Completa ora la tua risposta.

....

....

....

Lati	Angoli
$AB \cong GH$	$ABC \cong GHI$

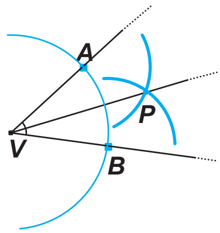
Tabella 1

Una scheda per capire

SCHEDA 29

Perché, usando il compasso, puoi costruire la bisettrice di un angolo?

Osserva l'angolo *AVB*, di vertice *V*. I punti *A* e *B* sono i punti d'intersezione fra i suoi lati e una circonferenza di centro *V*. Abbiamo tracciato due circonferenze d'uguale raggio, maggiore della metà del segmento *AB*, aventi il centro una nel punto *A*, l'altra nel punto *B*. Le due circonferenze s'incontrano nel punto *P*, interno all'angolo *AVB.*



Con il goniometro, misura gli angoli *AVP* e *BVP*

Figura 1

Sostituisci ai puntini le misure che hai trovato: *AVP* = ...; *BVP* = ...

Tra i seguenti simboli: <, =, >, sostituisci ai puntini quello che rende vera la scrittura: angolo *AVP* .... angolo *BVP*

Pertanto, la semiretta V*P* è la .... dell'angolo *AVB*.

Con un procedimento simile a quello appena descritto, costruisci una figura con alcune caratteristiche decise da te.

Disegna un angolo convesso scelto da te. Indica il suo vertice con la lettera O.

Traccia una circonferenza con raggio scelto da te e centro nel punto *O*. Chiama *C* e *D* i punti in cui questa circonferenza incontra i lati dell'angolo.
Traccia due circonferenze di ugual raggio, scelto da te ma abbastanza grande, in modo che s'incontrino in un punto, chiamiamolo Q, interno all'angolo *DOC*.

Misura gli angoli *QOC* e *QOD*. I due angoli sono ....
Pertanto la semiretta *OQ* è la .... dell'angolo *DOC*.

Si può affermare che la semiretta *OQ* è la bisettrice dell'angolo *DOC* solo ragionando, cioè senza usare il goniometro?

Ragioniamo insieme, riflettendo sulla figura 1. Traccia i triangoli *AVP* e *BVP.* Se il triangolo *AVP* fosse congruente al triangolo *BVP* allora anche l'angolo *AVP* sarebbe congruente all'angolo ....
Osserviamo che:
- i segmenti *AV* e VB sono congruenti perché ....
- i segmenti *AP* e *PB* sono congruenti perché ....
- il segmento *VP* è un lato sia del triangolo *AVP* sia del triangolo *BVP*.

Perciò, i due triangoli hanno congruenti ....
e, quindi, puoi applicare il .... criterio di congruenza dei triangoli e dire che i triangoli .... e .... sono tra loro congruenti.
Pertanto, anche gli angoli *AVP* e *BVP* sono tra loro congruenti.

Non c'è bisogno di misurare gli angoli! Con questa procedura si può costruire la bisettrice di qualsiasi angolo convesso!

Perché, usando il compasso e un righello, puoi costruire un parallelogrammo?

Ripeti il procedimento con cui abbiamo tracciato il parallelogrammo *PQRS* (fig. 1).

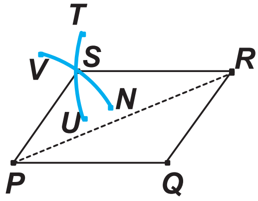


Figura 1

Su un foglio di carta, traccia due lati consecutivi del parallelogrammo che intendi disegnare e chiamali *AB* e *BC* (*Decidi tu le loro lunghezze e l'ampiezza dell'angolo compreso fra essi*).

Con il compasso centrato nel punto C e apertura uguale al segmento AB, traccia un arco (*IL*). Centra in A, con apertura uguale al segmento BC, e traccia un arco che incontra l'arco *IL* nel punto *D*, posto dalla parte opposta di *B* rispetto alla retta *AC*. Traccia il quadrilatero *ABCD*.

Verifica che *ABCD è* un parallelogrammo, confrontando i triangoli *ACD* e *ABC*.

Ritaglia il triangolo *ACD* e spostalo in modo che si sovrapponga al triangolo *ABC*, con il vertice *D* sovrapposto al vertice *B*. Ricomponi *ABCD*.

I due triangoli si sono sovrapposti esattamente ? ....

Osserva gli angoli e sostituisci ai puntini uno dei simboli <, ≅, >, in modo che siano vere le scritture: *DAC* .... *ACB*; *DCA* .... CAB.

- Gli angoli *DAC* e *ACB* sono tra loro .... e sono alterni interni delle rette *AD* e *BC.* Pertanto i due segmenti *AD* e *BC* sono paralleli.
- Gli angoli *DCA* e CAB sono tra loro .... e sono alterni interni delle rette *DC* e *AB.* Quindi, anche i segmenti *AB* e *CD* sono paralleli.

Poiché i lati di *ABCD* sono .... esso è un ....

Puoi essere sicuro che *le figure così costruite sono* parallelogrammi, solo ragionando, vale a dire senza manipolarle?

Nei triangoli *PQR* e *RSP* di *PQRS* (fig. 1), il segmento *PR* di *PQR* è congruente al segmento *PR* di *RSP*, perché è lo stesso segmento;

- *PQ* ≅ *RS* perché ....
- *QR* ≅ *PS* perché ....

Perciò, i triangoli *PQR* e *RSP* sono congruenti per il .... criterio di congruenza dei triangoli e, quindi, l'angolo SPR è congruente all'angolo PRQ.

Ne deriva che le rette SP e RQ sono parallele, perché, tagliate dalla retta PR, formano angoli ....congruenti.

Anche gli angoli SRP e RPQ sono congruenti e quindi anche le rette SR e PQ sono parallele, perché ....

....

Pertanto, *PQRS* ha i lati a due a .... e, quindi, è un ....

Non c'è bisogno di spostare o misurare! Con questa procedura si costruisce sempre un parallelogrammo.

SCHEDA 31

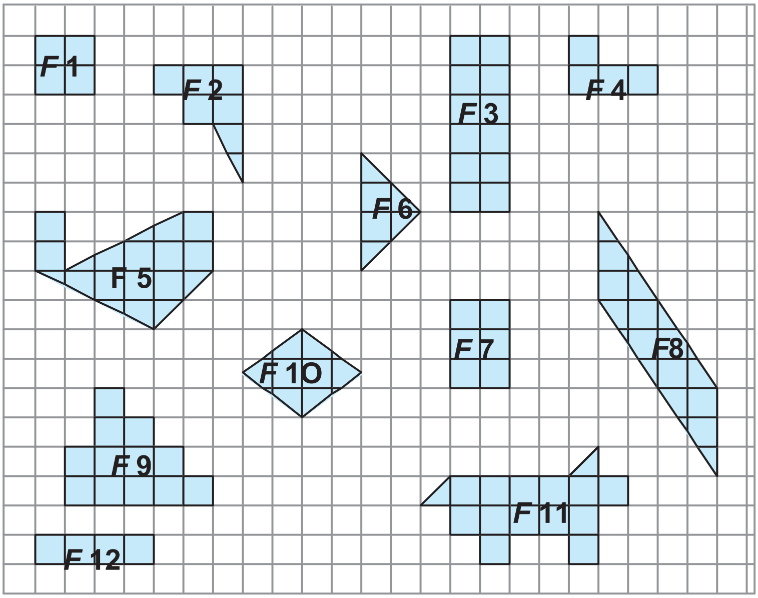


Tabella 1

1) Individua le figure tra loro equivalenti. Determina l'area d'ogni figura, considerando l'area di un quadratino come unità di misura delle aree**.**

Sono equivalenti .... e la loro area è pari a .... quadratini.
Sono equivalenti .... e la loro area è pari a .... quadratini.
Sono equivalenti .... e la loro area è pari a .... quadratini.

2) Scrivi come hai ragionato per individuare le figure equivalenti a F2.

....
....
....
....
....

3) Nel riquadro a destra, traccia**:**
- un rombo (F13) equivalente a F9;
- due rettangoli (F14 ed F15) non congruenti, entrambi equivalenti a F10.

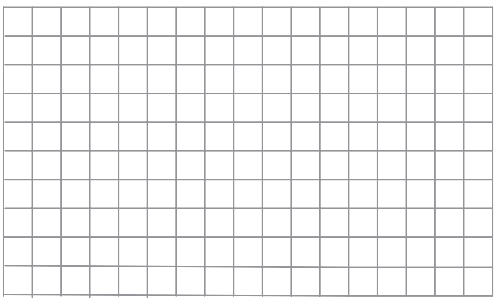


Tabella 2

SCHEDA 32

Anna, Paolo, Carlo, Luca, Sara e Alice hanno costruito un aquilone a forma di rombo e desiderano calcolarne l'area. Non sono d'accordo sui dati necessari per risolvere questo problema. Infatti, Alice e Paolo misurano le diagonali (*AC* e *BD*) dell'aquilone, Carlo e Anna misurano il lato *BC* e il segmento *DM*, che congiunge il vertice *D* con il punto medio *M* del lato *BC*, Luca e Sara misurano il lato *AD* e la distanza tra le rette *AD* e *BC*. Nel riquadro quadrettato a destra, completa il disegno dell'aquilone, tracciando tutti gli elementi, le cui misure sono contenute nella tabella 1.

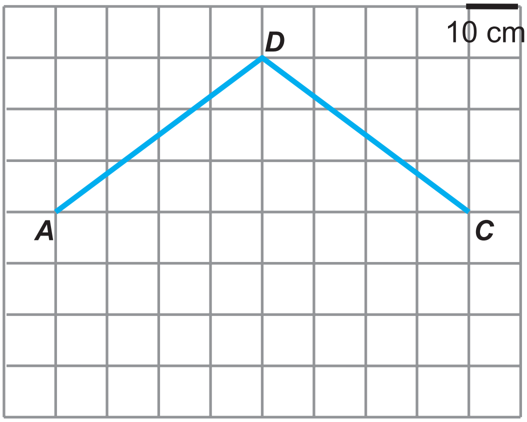


Figura 1

Completa la seguente tabella.

Misure effettuate	**Se,** con i dati contenuti nella prima colonna, **puoi calcolare** l'area dell'aquilone, esegui il calcolo nella casella corrispondente, **altrimenti scrivi:** "Con questi dati non posso calcolare l'area richiesta, perché ....", completando la frase con parole tue.
Alice e Paolo: $\overline{AC} = 80\ cm$; $\overline{BD} = 60\ cm$	*Area* = ...
Carlo e Anna: $\overline{BC} = 50\ cm$; $\overline{DM} = 49 cm$	*Area* =.. ....
Luca e Sara: $\overline{BC} = 50\ cm$; $\left.\begin{matrix} dist.\ fra\ le\ rette \\ AD\ e\ BC \end{matrix}\right\} = 48\ cm$	*Area* =.. ....

Tabella 1

SCHEDA 33

1) Inventa e risolvi un problema, nel quale si debbano calcolare l'area di un quadrato e quella di un triangolo, con la base congruente al lato del quadrato e l'altezza lunga 3 cm e uguale alla metà della base.

Testo del problema 1

....
....
....
....

Disegno e procedimento risolutivo

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

2) Inventa e risolvi un problema che si riferisca ad oggetti d'uso frequente e nel quale si debba calcolare l'area di un quadrato e quella di un triangolo con la base congruente al lato del quadrato e l'altezza uguale alla metà della base. Decidi le misure di questi poligoni in modo che siano adeguate agli oggetti reali coinvolti nel problema.

Testo del problema 2

....
....
....
....

Disegno e procedimento risolutivo

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Una scheda per pensare

SCHEDA 34

La casa di Anna ha una veranda rettangolare, con un lato che è quattro volte un altro lato. L'area della veranda è 36 m^2. Rappresenta la situazione nella figura 1, secondo la scala indicata, e determina le misure del pavimento della veranda. 0,5 m

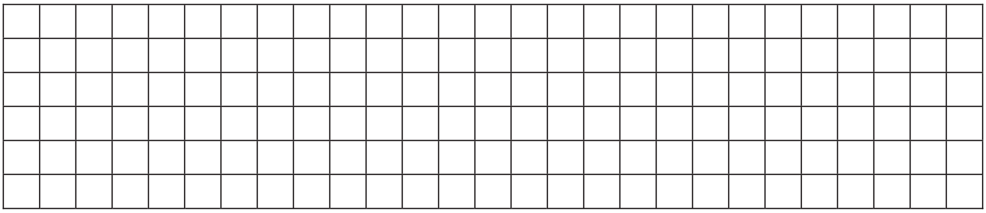
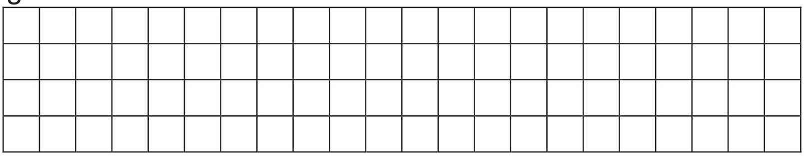


Figura 1

Procedimento ....

Si pavimenterà la veranda, con piastrelle quadrate, che possono avere il lato lungo 25 cm (piccole) o 50 cm (medie) o 1 m (grandi). Rappresenta, in figura 2, una piastrella piccola, una media e una grande, con la scala usata nella figura 1.

Figura 2



Anna chiede quante piastrelle servirebbero in ogni caso.
Aiutala, completando la seguente tabella:

Tipo piastrelle	Misura lato piastrella	N° piastrelle necessarie
piccole	25 cm	N_P =
medie	50 cm	N_M =
grandi	1 m	N_G =

Determina:
N_P **:** N_M = ...; N_M **:** N_G = ...; N_P **:** N_G = ...

a) Avresti potuto calcolare il valore di N_P **:** N_M senza avere prima determinato N_P ed N_M. Perché?

....

....

b) Se fossero necessarie 2304 piastrelle, quale sarebbe la misura del lato d'ogni piastrella?

Procedimento ....

....

....

Una scheda per pensare

SCHEDA 35

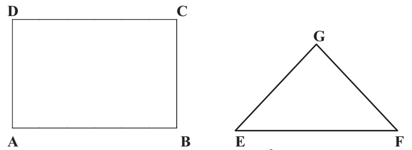
1) Sulla lavagna dell'aula di Luca è scritta la risoluzione di un problema (fig. 1).

a) Che cosa si determina eseguendo i calcoli scritti?

....

....

b) Luca deve scrivere sulla lavagna un'espressione numerica che contenga, da sola, tutto il procedimento risolutivo del problema. Quale espressione sostituiresti ai puntini?



Area di *ABCD* = 6 × 4 = 24 cm^2

Area del triangolo *EFG* = 24 : 5 = 4,8 cm^2

Doppia area del triangolo *EFG* = 4,8 × 2 = 9,6 cm^2

Altezza del triangolo *EFG* = 9,6 : 6 = 1,6 cm.

Espressione risolutiva

....

....

Figura 1

Anna non ha scritto il testo del problema, ma cerca di ricostruirlo, scrivendo quello di un problema che si può risolvere con il procedimento scritto alla lavagna. Scrivi il testo che scriveresti tu.

....

....

....

Osserva la figura 1. Secondo te, i disegni rappresentano correttamente, con la stessa scala, le misure delle figure geometriche del problema? Giustifica la risposta. ....

....

2) Leggi con attenzione il testo del seguente problema:

"*In un rettangolo, il cui semiperimetro misura 20 metri, due lati consecutivi sono uno* $\frac{3}{2}$ *dell'altro. Determina l'altezza di un trapezio, equivalente al rettangolo e avente la somma delle basi uguale al semiperimetro del rettangolo*".

Dopo aver risolto il problema, ogni allievo ha scritto un'espressione aritmetica che contiene tutto il procedimento risolutivo. Leggi quelle fornite da tre alunni. Se trovi errori, scrivi, al posto dei puntini, "*Errata*" e spiega perché. Se non trovi errori, scrivi "*Corretta*" e spiega perché.

a) [(20 : 3) × (20 : 2) × 2] : 20 .... perché ....

....

b) [(20 : 5 × 3) × (20 : 5 × 2)] × 2 : 20 .... perché ....

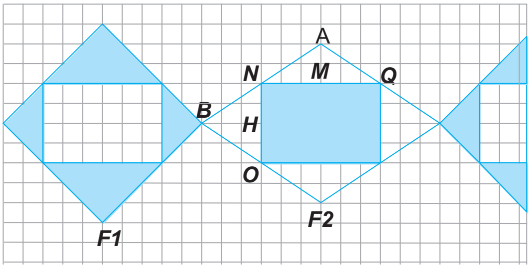
....

c) [(20 : 5 × 3) × [20 – (20 : 5 × 3)] – 2 : 20 .... perché ....

....

SCHEDA 36

Questa figura rappresenta un fregio per ceramiche, che sarà realizzato assegnando al lato d'ogni quadretto la misura di 1 cm e alternando la figura F1 con la figura F2.



1) Determina l'area della parte bianca, l'area della parte azzurra e il rapporto fra la parte bianca e quella azzurra della figura F1 ($rapp_1$) e, quindi, della figura F2 ($rapp_2$).
Scrivi tali rapporti, approssimati all'intero, al decimo e al centesimo.

Procedimento

....

....

....

....

....

....

Valore approssimato:	all'intero	al decimo	al centesimo
$rapp_1$ =	________	________	________
$rapp_2$ =	________	________	________

2a) Scrivi un'espressione aritmetica che contenga l'intero procedimento per il calcolo di $rapp_1$.

....

....

2b) Scrivi un'espressione aritmetica che contenga l'intero procedimento per il calcolo di $rapp_2$.

....

....

3) Leggi con attenzione: $\overline{ON} \times \overline{NQ} = \overline{ON} \times \overline{BH} + \overline{NQ} \times \overline{AM}$

Perché questa uguaglianza è vera?

....

....

....

....

1) Nella figura 1, è rappresentata la traslazione del segmento *AB* secondo il vettore $\vec{v}$. Confronta il segmento e il suo traslato con il compasso. Cosa noti?

....

Quale proprietà delle traslazioni si può immaginare?

....

Si può applicarla ad ogni traslazione senza effettuare misure ma grazie a un ragionamento?

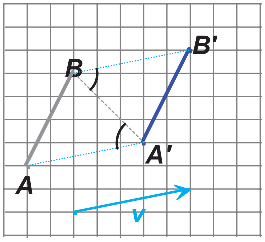


Figura 1

Per rispondere a questa domanda, considera i triangoli *ABA'* e *BA'B'*. Completa le seguenti frasi.

Il segmento *BA'* è .... tra i due triangoli.

AA' ≅ *BB'* perché ....

AA' // *BB'* perché ....

e, quindi, gli angoli *AA'B* e *A'BB'* sono congruenti perché sono .... delle rette parallele .... tagliate dalla trasversale .... Perciò, i due triangoli *ABA'* e *BA'B'* hanno .... congruenti e, quindi, sono .... per il .... criterio di congruenza dei .... Pertanto, *AB* ...... *A'B'*.

2) Nella figura 2, iniziando da *P1*, ogni poligono è stato ottenuto dal precedente con una traslazione secondo uno dei vettori rappresentati in figura 2.

Completa la tabella 1.

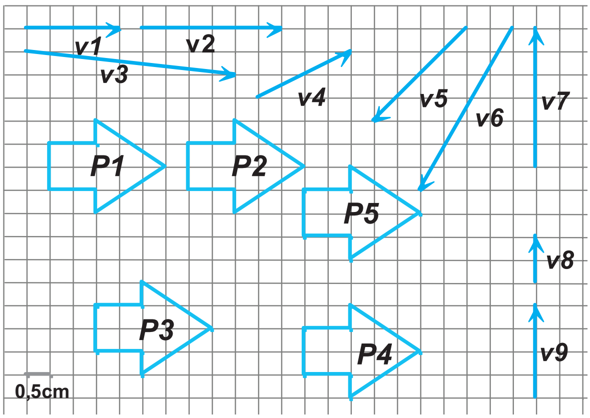


Figura 2

Tabella 1

Poligoni traslati	Nome vettore	Intensità vettore (per i vettori *v*3, *v*4, *v*5 e *v*6, puoi usare un righello millimetrato)
P1 $\rightarrow$ ***P2***		
P2 $\rightarrow$ ***P3***		
P3 $\rightarrow$ ***P4***		
P4 $\rightarrow$ ***P5***		

3f. Note sulle schede di lavoro, da 28 a 37

SCHEDA 28

Gli obiettivi di questa scheda sono:

- evidenziare che, in una definizione, l'omissione di un termine può cambiare il senso della definizione,
- accompagnare l'introduzione della definizione di "poligoni congruenti" con azioni che aiutino ad interiorizzarne il significato.

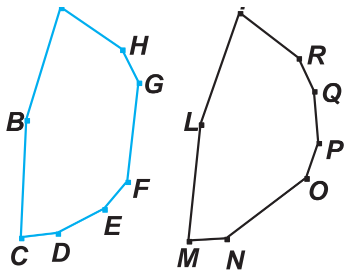


Figura 1

In classe, unendo opportunamente triangoli Isosceli (figura 1: CBD, DBE, EBF..., MLN, NLO, OLP...), si possono costruire facilmente poligoni con lati e angoli congruenti, ma non ordinatamente, che poi si può tentare, invano, di sovrapporre. Queste costruzioni consentono allo studente di verificare la congruenza dei lati e degli angoli, senza determinarne la misura rispetto ad un'unità predefinita.

SCHEDA 29

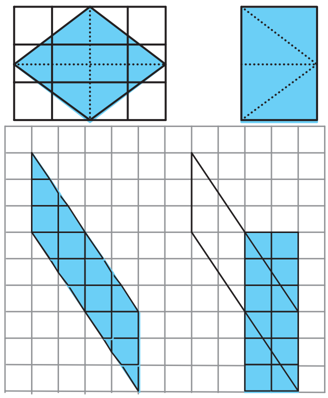
S'incontrano abbastanza spesso alunni che sanno costruire la bisettrice di un angolo convesso, usando riga e compasso. Di solito, gli allievi imparano una procedura che non sanno giustificare. In questa scheda, applicando i criteri di congruenza dei triangoli, si guida l'alunno a dimostrare (in modo poco formalizzato) che il procedimento descritto conduce alla costruzione della bisettrice di un angolo convesso. Nella scheda non si parla di dimostrazione, ma il docente può cogliere l'occasione per fare qualche cenno all'utilità delle dimostrazioni matematiche, che individuano proprietà applicabili in moltissime situazioni, senza necessità di fare verifiche, ma ponendo attenzione alle condizioni da rispettare per la loro applicazione.
Questa scheda non è facile. In classe, è opportuno procedere lentamente e guidare con attenzione gli alunni. Inoltre, è necessario che gli allievi abbiano acquisito, anche in modo intuitivo, il concetto di raggio di una circonferenza.

SCHEDA 30

Questa scheda, come la precedente, si propone di avvicinare gli alunni alla dimostrazione.
Essa sarebbe più interessante se le istruzioni per la costruzione del parallelogrammo fossero date dall'insegnante e gli allievi utilizzassero la scheda soltanto per completare le frasi con opportune sostituzioni ai

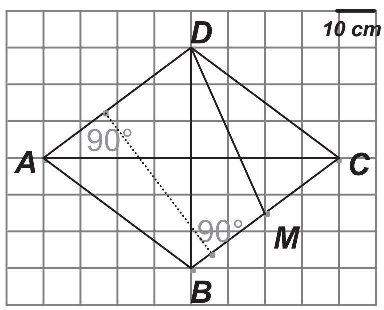
puntini. È necessario che, in classe, sia noto che due rette parallele, tagliate da una trasversale, formano angoli alterni interni congruenti.
Le prove di verifica somministrate nel corso della sperimentazione, da cui hanno origine questi materiali didattici, hanno evidenziato che parecchi alunni incontrano difficoltà a descrivere con parole proprie procedure di costruzione di oggetti o di risoluzione di problemi. Può essere utile chiedere agli allievi di commentare e criticare la descrizione di una procedura costruttiva proposta nella scheda.

SCHEDA 31
Questa scheda si può proporre prima di aver presentato le usuali formule per il calcolo delle aree.
Essa ha come obiettivi:
- favorire l'interiorizzazione del concetto di equivalenza,
- migliorare l'attitudine a fornire descrizioni,
- sollecitare la costruzione di oggetti matematici, rispettando condizioni assegnate.



$F1 \doteq F4 \doteq F6 \doteq F12$; $F2 \doteq F7 \doteq F10$;
$F3 \doteq F9 \doteq F8$; $F5 \doteq F11$.
L'equivalenza fra F1 ed F6 si riconosce facilmente, perché ogni quadratino unitario si può scomporre in due triangoli rettangoli congruenti. Le altre equivalenze si possono verificare ragionando sui quadretti, oppure ritagliando e spostando opportuni triangoli.

SCHEDA 32
Questa scheda ha come obiettivi:
- costruire una figura rispettando una consegna predefinita,
- riflettere sul concetto di altezza di un parallelogrammo,
- evidenziare che l'area di un rombo si può calcolare come l'area di un parallelogrammo qualunque,
- poter verificare rapidamente la correttezza dei risultati numerici trovati, contando i quadretti.

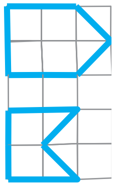


Misura del segmento *DM* = 49,2 cm; distanza fra il segmento *AD* e il segmento *BC* = 48,0 cm.

Nota: L'area del rombo si può calcolare se sono note la misure del lato *BC* e del segmento *DM*, perché l'area del rombo è il quadruplo dell'area del triangolo *DCM*, calcolabile con la formula di Erone. Di regola, gli allievi della seconda classe della scuola secondaria di primo grado non conoscono questa formula e, perciò, è corretto che scrivano "*Non posso* (*si può*) *calcolare perché il segmento DM non rappresenta l'altezza del parallelogrammo* (*rombo*) *rispetto ...*".

SCHEDA 33

Questa scheda ha come obiettivi:



- inventare problemi rispettando una consegna assegnata,
- risolvere problemi,
- riconoscere figure geometriche in oggetti che si vedono quotidianamente (facciata di una casa, busta per lettere aperta, cartello stradale, bandierina, ...),
- costruire rappresentazioni grafiche, tenendo conto dell'unità di misura considerata.

APPUNTI sulla SCHEDA 33

Il problema richiesto al punto 1
- è stato formulato correttamente da ....alunni;
- è stato risolto correttamente da ....alunni;
- non è stato formulato da ....alunni.

I problemi proposti dagli allievi sono analoghi fra loro no? ....
....

Il problema richiesto al punto 2
- è stato formulato correttamente da ....alunni;
- è stato risolto correttamente da ....alunni;
- non è stato formulato da ....alunni.

I problemi proposti dagli allievi si riferiscono alla stessa situazione?
....

SCHEDA 34

Questa scheda ha come obiettivi:
- risolvere un problema che richiede intuizione;
- rappresentare in scala, rispettando consegne assegnate;
- comprendere le relazioni che intercorrono fra l'area di una superficie e le unità di misura utilizzate.

La tabella offre uno spunto per riflettere sulla variazione dell'area di una superficie al variare dell'unità di misura considerata. Ad esempio, si può notare che l'area diventa un quarto di quella iniziale se si quadruplica l'unità di misura dell'area (e si raddoppia l'unità di lunghezza).

Il quesito **b)** si può risolvere in più modi (ad esempio, dividendo 2304 per il numero di piastrelle di un tipo di misura nota e, quindi, ... oppure dividendo 2304 per 36 e, dopo, ...) che possono essere discussi in classe.

SCHEDA 35

Questa scheda ha come obiettivi:

-riconoscere l'obiettivo da conseguire osservando il procedimento risolutivo di un problema,

- formalizzare un procedimento risolutivo e riconoscere il significato geometrico di un'espressione numerica,
- scrivere il testo di un problema, ricavando dal procedimento risolutivo i dati forniti dal testo e l'obiettivo da conseguire,
- riconoscere l'adeguatezza di un disegno alle misure delle figure rappresentate (alcuni alunni incontrano molta difficoltà a capire che devono fissare un'unità di misura).

SCHEDA 36

Questa scheda ha come obiettivi:

- calcolare l'area di figure composte (è possibile contare i quadretti),
- eseguire approssimazioni numeriche,
- formalizzare, con un'espressione aritmetica, un procedimento risolutivo,
- riconoscere poligoni equiscomponibili.

SCHEDA 37

Questa scheda ha come obiettivi:

- formulare congetture,
- dimostrare una proposizione,
- riconoscere traslazioni.

Nella scheda, si dimostra soltanto la congruenza di segmenti che si corrispondono in un traslazione, tralasciando di dimostrarne il parallelismo. Questa decisione è stata presa per evitare che la dimostrazione fosse troppo lunga per gli alunni ai quali è destinata.

3g. La Seconda Prova di verifica e i suoi obiettivi

Il primo quesito di questa prova di verifica è stato inserito perché è facile e di rapida soluzione. La sua discriminatività è piuttosto bassa (0,3), ma può essere migliorata, assegnando alle risposte sbagliate un punteggio leggermente diverso da quello attribuito a “NON SO” e comunicando questo criterio agli alunni.
Le risposte date al quesito 2 (tab.1), mostrano che, a metà del secondo anno della scuola secondaria di primo grado, è difficile un problema in cui si chiede di determinare la misura di due segmenti, noti il rapporto fra le loro lunghezze e la loro somma. Da notare anche che circa un quarto degli alunni non ha saputo calcolare l’area di un trapezio, note la somma delle basi e l’altezza (nella tabella 1 non si è tenuto conto di errori riguardanti il calcolo aritmetico o le unità di misura utilizzate).

Anno scolastico	**Proced_Base_Alt_Triang**	**Proced_Area**	**N° alunni**
2006/2007	40%	73%	400

Tabella 1

Il quesito 9 è stato inserito perché, anche in seconda classe, sono stati riscontrati, con una frequenza non trascurabile, errori attribuibili a misconcezioni sulle altezze dei triangoli e dei parallelogrammi.

Anno scolastico	**a: Altezze_Triang_ABC**	**a: Alt_relativa_ad <u>EF</u>**	**a: Altezze_relative_a <u>DF, DE</u>**	**b: Termine “Ortocentro”**
2006/2007	52%	64%	44%	60%

Tabella 1

I risultati hanno confermato che la comprensione del concetto di altezza è difficile, anche perché troppo spesso i ragazzi memorizzano pochi esempi-tipo, ai quali si riferiscono senza riflettere.
In questa prova si chiede di rappresentare figure. Il testo comprende spazi che lo studente può utilizzare per disegnare, se lo ritiene utile. Questa decisione è stata presa con l’obiettivo di favorire l’utilizzazione di rappresentazioni grafiche.
Dopo il testo della prova, c’è una tabella con l’indicazione degli obiettivi d’ogni quesito giudicati significativi.

SECONDA PROVA DI VERIFICA DI GEOMETRIA

Seconda classe della scuola secondaria di primo grado

Anno scolastico .... data........................... CL2_pr2

NOME E COGNOME ………………………………… CLASSE …………

È consentito l'uso di tavole numeriche, righello, squadra, compasso, ma <u>non</u> della calcolatrice. Tempo disponibile per completare la prova: 80 minuti

QUESITI

1) Rispondi a ciascuno dei seguenti quesiti, segnando una crocetta su Vero, su Falso o su Non So

a)	Due figure congruenti sono sempre equivalenti	**V**	**F**	**Non So**
b)	Due figure equivalenti sono sempre congruenti	**V**	**F**	**Non So**
c)	Due figure isoperimetriche sono sempre equivalenti	**V**	**F**	**Non So**
d)	Due figure equivalenti sono sempre isoperimetriche	**V**	**F**	**Non So**
e)	Due figure equivalenti possono essere congruenti	**V**	**F**	**Non So**

2) In un trapezio, la somma delle basi e l'altezza misurano, rispettivamente, 15 cm e 10 cm.

a) Calcola l'area del trapezio.

Procedimento ………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

b) Sapendo che la base minore del trapezio è $\frac{2}{3}$ della maggiore, calcola la misura di ciascuna base.

Procedimento ………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

3) In un rettangolo ABCD, due lati misurano, rispettivamente, 8 cm e 10 cm. Un triangolo EFG ha il lato EF che misura 12 cm, il lato FG che supera di 10 cm la metà del lato EF e il perimetro uguale a quello del rettangolo ABCD.

a) Quali sono i dati forniti dal testo del problema? ………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

b) Determina la misura del perimetro del rettangolo.

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

c) Determina la misura del lato *GE* del triangolo.

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

4) **Osserva la figura di colore grigio (fig. 1). Disegna nel riquadro quadrettato (fig. 2):**

a) un rettangolo equivalente alla figura di colore grigio;

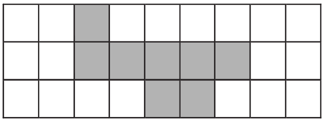


Figura 1

b) un triangolo equivalente alla Figura 1 **di colore grigio.**

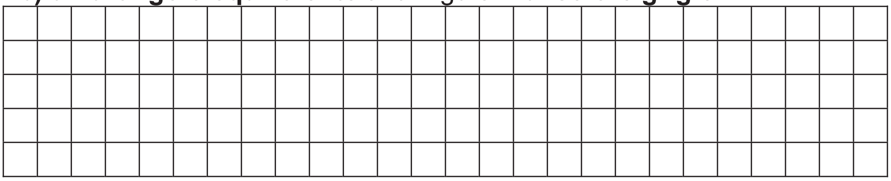
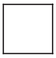


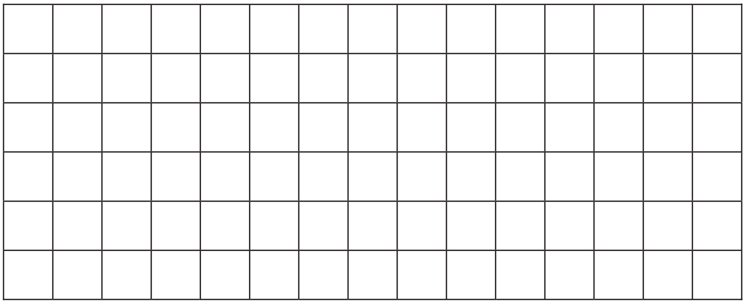
Figura 2

5) In un rettangolo la base è il triplo dell'altezza. Sapendo che l'area è di 12 cm^2, determina la lunghezza del perimetro. Se lo credi opportuno, puoi aiutarti con un disegno.



= 1 cm^2

Figura 1

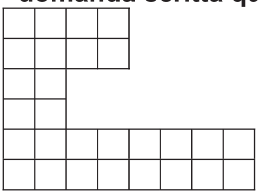


Determinazione dei lati del rettangolo ....

....

Calcolo del perimetro del rettangolo =...

6) Data la figura quadrettata F, scrivi nella tabella 1 le misure della sua superficie rispetto alle due diverse unità di misura indicate e rispondi alla domanda scritta qui sotto.



F

Unità di misura	**Area**
U_1	**rispetto a U_1** **$A_1 =$** ....
U_2	rispetto a U_2 **A_2 =** ....

Tabella 1

Calcola: $A_2 : A_1$. = ...

Domanda: Secondo te, perché hai ottenuto questo risultato?

....

....

7) Osserva il parallelogrammo ABCD.
Risulta:

$$\overline{AB} \times \overline{DH} = \overline{AD} \times \overline{BK}\ .$$

Perché è vera questa uguaglianza?
Giustificazione: ....
…………..........…………......…..................

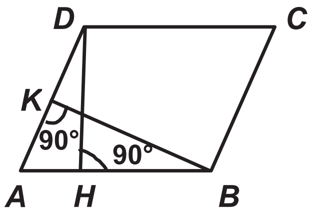


Figura 4

8) Utilizzando la scala sottoindicata, costruisci due rettangoli <u>non</u> congruenti, ciascuno formato da 24 quadratini, ognuno dei quali ha l'area pari a 1 cm^2.

1 cm

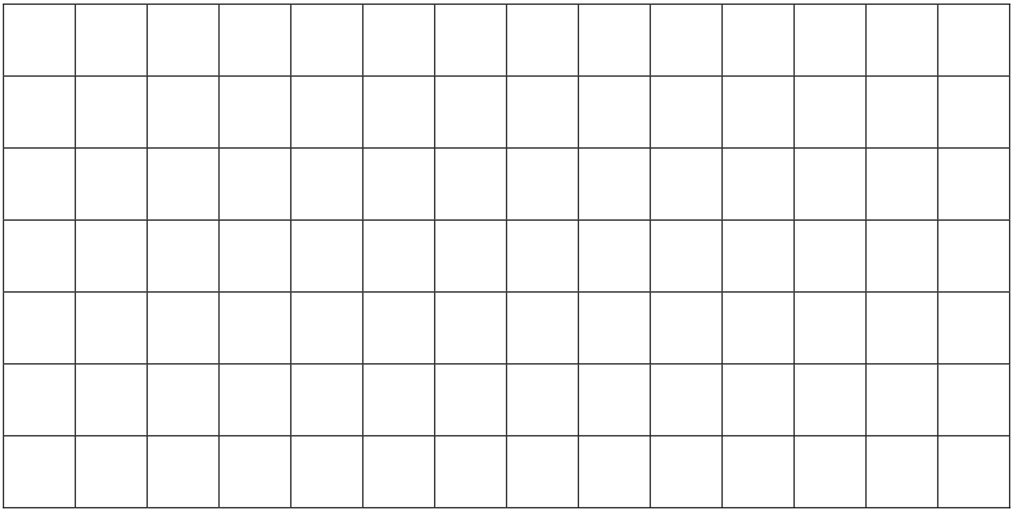


Figura 5

9a) Traccia le altezze del triangolo *ABC* e le altezze del triangolo *DEF*, usando gli strumenti che ritieni opportuni.

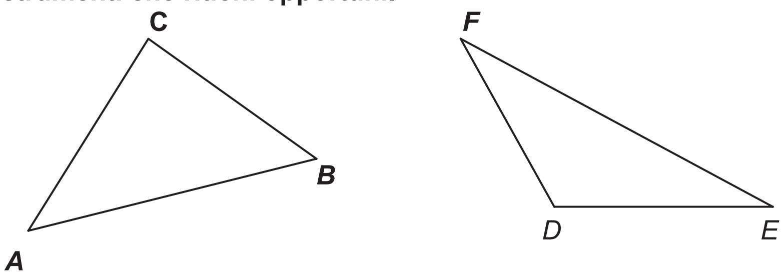


Figura 6

9b) Che termine specifico si usa per indicare il punto d'intersezione delle altezze di un triangolo?
Risposta ....

10) L'area di un triangolo *ABC* è pari a 324 cm^2 e la base misura 27 cm. .

a) Calcola l'altezza del triangolo
Procedimento

....
....
....
....
....

b) Calcola l' altezza relativa al lato *DE* di un parallelogrammo *DEFG*, equivalente al triangolo *ABC*, sapendo che il lato *DE* del parallelogrammo è congruente alla base del triangolo *ABC.*
Procedimento

....
....
....
....
....
....
....

11) Dopo aver osservato il trapezio *ABCD* (fig. 7)**,**

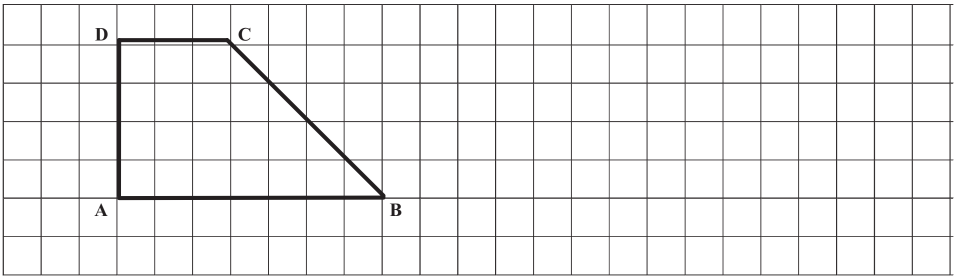


Figura 7

disegna un trapezio *ILMN* equivalente al trapezio *ABCD*, sapendo che

- **i trapezi *ILMN* e *ABCD* non sono congruenti fra loro ,**

- **i due trapezi hanno la medesima altezza,**

- **la base maggiore (*IL*) del trapezio *ILMN* è congruente alla base maggiore (*AB*) del trapezio *ABCD.***

12) L'area di un quadrato *ABCD* è pari a 144 m^2. Qual è la misura del lato del quadrato?

Procedimento ....
....
....

CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA

CL2_pr2 anno .... mese ....

CONTENUTI

NUMERI QUESITI / CONTENUTI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
- Proprietà dei triangoli													
- Scomponibilità, Equiestensione: concettI	Equiestensioni												
- Scomponibilità, Equiestensione: problemi													
- Aree: Concetto di area	Aree, Perimetri												
- Aree, Perimetri: problemi													
- Frazioni	Frazioni: problemi		2b	3c									

Tabella 1

ABILITÀ

NUMERI QUESITI / ABILITÀ		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati	**COMPRENDERE UN TESTO**									b			
- Riconoscere tutti i dati forniti dal testo di un problema													
-Comprendere definizioni, enunciati													
-Comprendere proprietà					a								
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici) per consegna	**COSTRUIRE VISUALIUZZAZIONI PER CONSEGNA**												
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici….) spontaneamente	**COSTRUIRE VISUALIZZAZIONI PER SCELTA**			b, c							a,b		
- Giustificare affermazioni in matematica	**ARGOMENTARE**												
- Costruire oggetti anche simbolici rispondenti a determinate proprietà	**INVENTARE**				a, b								
- Risolvere un problema, che richiede soltantol'applicazione di una formula	**RISOLVERE PROBLEMI**		a	a							a,b		
- Risolvere un problema che richiede due operazioni			b										
- Risolvere un problema che richiede tre o più di tre operazioni													
- Risolvere un problema con relazioni			b	c									
- Effettuare misure dirette rispetto a un'unità di misure	**MISURARE**												
- Esplicitare le unità di misura utilizzate													
- Riflettere sulle unità di misura													
Eseguire correttamente calcoli aritmetici in un processo risolutivo													
Correttezza linguistica													

Tabella 2

UNITÀ 4: ISOMETRIE, TEOREMA DI PITAGORA, PIANO CARTESIANO, SIMILITUDINI

4a. Contenuti e Abilità

<table>
<tr><td colspan="3">Classe Seconda</td></tr>
<tr><td colspan="3">La corrispondenza tra argomenti e periodi può essere diversa da quella indicata. Gli obiettivi descritti in questa tabella sono coerenti con quelli della prova di verifica del paragrafo 4d. Gli argomenti indicati in carattere corsivo non sono stati svolti da tutti i docenti che hanno partecipato alla sperimentazione.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Periodo: febbraio</td></tr>
<tr><td>Conoscenze</td><td>Abilità</td><td>Note didattiche (attività, riflessioni, …)</td></tr>
<tr><td>- Isometrie nel piano (traslazione, simmetria centrale, simmetria assiale, rotazione, composizione d'isometrie).</td><td>- Comprendere i concetti di traslazione rotazione, simmetria centrale, simmetria assiale;
- rappresentare, nel piano, traslazioni, rotazioni, simmetrie centrali, simmetrie assiali;
- distinguere, nel piano, isometrie dirette e inverse;
- descrivere con parole proprie procedure costruttive;
-compilare una tabella di composizione di isometrie.</td><td>Attività ☺
- Manipolare figure e usare Cabri per costruire congetture concernenti le proprietà delle trasformazioni isometriche nel piano;
- dimostrare, senza eccessive formalizzazioni, qualche proprietà delle trasformazioni geometriche nel piano;
- eseguire e riconoscere trasformazioni di figure piane (Scheda 38).
- Utilizzare le trasformazioni geometriche per osservare, classificare ed argomentare proprietà delle figure (ad esempio, quelle dei parallelogrammi);
- costruire composizioni di isometrie con triangoli scaleni, parallelogrammi, poligoni qualunque, anche concavi.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Periodo: Febbraio-marzo</td></tr>
<tr><td>- Teorema di Pitagora.

Misura</td><td>- Conoscere e comprendere l'enunciato del teorema di Pitagora;
- applicare il teorema di Pitagora per individuare triangoli rettangoli.

- Risolvere problemi applicando il teorema di Pitagora.
- Determinare risultati approssimati con calcolo mentale e con cal-</td><td>Attività ☺
- Determinare in modo approssimato, usando carta quadrettata, le aree dei quadrati costruiti sui cateti e sull'ipotenusa di triangoli rettangoli;
- tagliare a strisce i quadrati costruiti sui cateti di un triangolo rettangolo e provare a ricoprire, con esse, il quadrato costruito sull'ipotenusa; descrivere a parole o per iscritto ciò che si nota;
- verificare l'enunciato del teorema di Pitagora con qualche scomposizione classica.
- Risolvere problemi, con approssima-</td></tr>
</table>

	colo scritto.	zioni numeriche (**Scheda 39)** e con triangoli particolari (**Schede 40, 41**).
- Introduzione al concetto di sistema di riferimento: le coordinate cartesiane, il piano cartesiano. - Figure nel piano cartesiano e loro proprietà	- Rappresentare e individuare nel piano cartesiano punti, segmenti; - calcolare la distanza fra due punti. - Costruire trasformazioni geometriche nel piano cartesiano. - *Calcolare le coordinate del punto medio di un segmento.*.*	**Attività** ☺ - Rappresentare piani cartesiani, sottolineando l'importanza dell'orientamento degli assi, della scelta dell'unità di misura e della decisione di considerare, di regola, assi mutuamente ortogonali. - Operare con simmetrie, valutare aree nel piano cartesiano (**Scheda 42**). - Eseguire una piccola ricerca sulla vita e sulle opere di Cartesio.
Periodo: aprile-maggio		
- Rapporto tra grandezze. - Omotetie, similitudini	- Riconoscere grandezze proporzionali in situazioni diverse, giustificando le proprie affermazioni; - riconoscere figure simili in varie situazioni, giustificando le proprie affermazioni; - costruire figure simili con rapporto di similitudine assegnato, riprodurre in scala figure od oggetti; - risolvere problemi con figure simili.**	**Attività** ☺ - Comprendere il significato della definizione di poligoni simili e delle proprietà concernenti i perimetri e le aree di figure simili (**Schede 43, 44**); - verificare con rappresentazioni grafiche, ad esempio di parallelogrammi, che due poligoni possono avere gli angoli ordinatamente congruenti senza essere simili fra loro. - Risolvere problemi, riferiti anche a situazioni di vita quotidiana, coinvolgenti similitudini (**Scheda 45**). - Osservare il contorno di una cittadina su una carta topografica e stimarne la misura, calcolare alcune distanze in linea d'aria, dedurre dalla carta le istruzioni che si potrebbero dare ad uno straniero per aiutarlo a spostarsi da un punto ad un altro della città. - A partire da una cartina topografica, costruire una cartina di un paio delle strade principali, ad esempio di un quartiere, in scala diversa da quella della cartina. - Riprodurre su carta, rispettando le misure di un alunno, un semplice modello di maglietta, tratto da una rivista di taglio e cucito.
		<u>**Terza prova scritta:**</u> **1 maggio -12 maggio**

Note:

* Secondo alcuni docenti, si possono tralasciare le formule per la determinazione del punto medio di un segmento, che per la quasi totalità degli allievi sono regole prive di significato, forse perché, pochissimi alunni riescono a capire il procedimento analitico con cui si ottengono. È possibile verificare tali formule con disegni, ma sarebbe opportuno considerare anche segmenti che non hanno entrambi gli estremi nel primo quadrante.
Se si ritiene opportuno proporre problemi in cui si devono determinare le coordinate del punto medio di un segmento, ci si può limitare a casi in cui le coordinate del punto medio di un segmento si possono ricavare da rappresentazioni grafiche.

** Alcuni docenti non propongono ai propri alunni i due classici teoremi di Euclide, che, nella scuola secondaria di primo grado sono presentati come applicazioni delle similitudini fra triangoli. Gli alunni possono ugualmente risolvere, eventualmente con procedimenti più lunghi, alcuni problemi che, di solito, si risolvono applicando tali teoremi, perché, ad esempio, dati i cateti di un triangolo rettangolo, dopo aver calcolato l’area e l’ipotenusa, si può determinare la misura dell’altezza relativa all’ipotenusa.

4b. Schede di lavoro, da 38 a 45

Queste otto schede presentano livelli di difficoltà differenti, ma quasi tutte coinvolgono abilità pertinenti con la terza prova di verifica.
Gli esiti della terza prova scritta somministrata in due anni scolastici successivi hanno mostrato che la comprensione delle prime nozioni riguardanti il piano cartesiano non è facile (tab. 1).

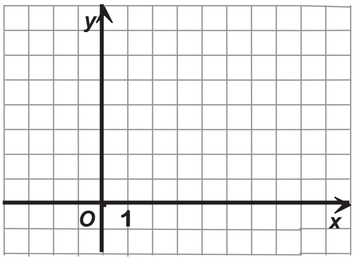
Quesito 9:

a) Rappresenta nel piano cartesiano i punti *A*(1,1), *B*(5,1) e *C*(5,4).

b) Disegna i segmenti *AB*, *BC* e *CA*.

c) Calcola la distanza fra *A* e *B*.

d) Calcola la distanza fra *A* e *C*.



Risultati:

Anno scolastico	Disegn_Punti A,B,C	Distanza AB	Distanza AC	Numero Allievi
2005/2006	62%	52%	31%	360
2006/2007	73%	58%	40%	370

Tabella 1

I risultati ottenuti nel secondo anno di somministrazione sono migliori di quelli dell'anno scolastico 2005/2006. Secondo i docenti coinvolti nella sperimentazione, gli insegnanti, conoscendo i risultati dell'anno precedente, hanno dedicato più tempo a questo argomento. In particolare, per determinare la distanza fra due punti con coordinate diverse, quasi tutti hanno consigliato di applicare il Teorema di Pitagora al triangolo *ABC*, tralasciando l'applicazione mnemonica della formula per il calcolo dalla distanza fra due punti, che per la maggior parte degli alunni è una scrittura priva di significato (Nell'anno scolastico 2005/2006 è stata applicata correttamente dal 3% degli allievi).
Alcune schede, soprattutto quelle sulle similitudini, possono essere utilizzate all'inizio della terza classe, nel corso di attività di ripetizione o d'approfondimento.

1) Completa le seguenti frasi, sostituendo ai puntini "*direttamente*" oppure "*inversamente*", in modo da ottenere affermazioni vere.

"Nel piano,

- due figure simmetriche rispetto un punto sono..................... congruenti,
- due figure simmetriche rispetto una retta sono .... congruenti,
- due figure corrispondenti in una rotazione sono .... congruenti.

2) Disegna:

a) la figura ***F*1**, simmetrica di *F* rispetto al punto O;

b) la figura ***F*2,** simmetrica di *F* rispetto alla retta *r*;

c) la figura ***F*3,** simmetrica di *F* rispetto alla retta *s*;

d) la figura ***F*5**, ottenuta ruotando *F* di 90° in senso antiorario attorno al punto *P*.

Confronta la definizione di figure direttamente congruenti e quella di figure inversamente congruenti, **con la figura 1 e le risposte che hai dato,** al punto **1)**.Correggi eventuali errori.

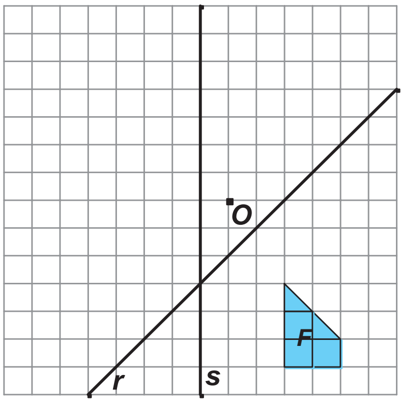


Figura 1

3) Le figure ***F*1**, ***F*2**, ***F*3** sono state costruite applicando alla figura ***F*** tre trasformazioni isometriche diverse. Individua tali trasformazioni. Rappresenta, in figura 2, il centro *O* nel caso di una simmetria centrale, l'asse *s* nel caso di una simmetria assiale.

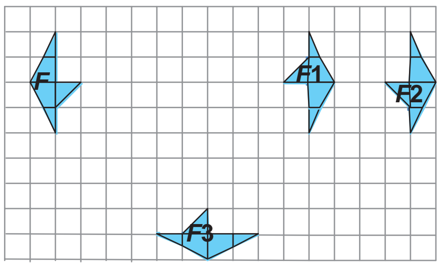


Figura 2

Completa la seguente tabella.

	Trasformazione	Elementi caratterizzanti
Da *F* a *F*1:		
Da *F* a *F*2:		
Da *F* a *F*3:		

SCHEDA 39

1) Leggi il seguente problema:

"*In un trapezio isoscele, una base è* $\frac{7}{4}$ *dell'altra, la somma delle basi misura 22 cm, il lato obliquo 5 cm Il segmento, che congiunge i punti medi dei lati congruenti, è lungo 11 cm. Calcola l'area del trapezio.*"

a) Quali sono i dati forniti dal testo del problema? Elencali.

....

b) Quali sono, a tuo avviso, i dati necessari per risolvere il problema?

....

c) Risolvi il problema.

Procedimento..........................

....

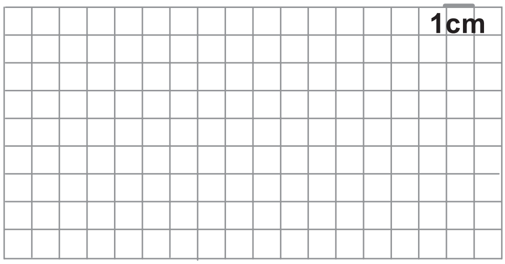
....

....

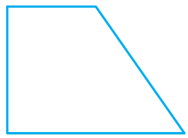
....

....

....



Se rappresenti, con la scala indicata, i dati forniti dal testo del problema e quelli che determini tu, puoi stimare l'area e verificare la correttezza del tuo risultato.



2) Si vuole dipingere il soffitto di una stanza e applicare lungo il contorno una cornice di legno.
Per stimare la spesa da sostenere, si calcolano l'area e il perimetro del pavimento, che ha la forma di un trapezio rettangolo, con la base maggiore doppia della minore.
Il pittore misura la base minore e il lato perpendicolare alle basi, che sono lunghi, rispettivamente, 3,221 *m* e 4,443 *m*, ed esegue mentalmente tutti i calcoli, approssimando al numero intero più vicino.
Sara, invece, usa la calcolatrice ed esegue i calcoli, approssimando sempre i numeri al millesimo.

Procedimento del pittore ....

....

....

Procedimento di Sara ....

....

....

Scrivi i risultati di Sara, approssimandoli al numero intero più vicino e confrontali con quelli del pittore. Come spieghi le differenze fra essi?

....

....

Una scheda per pensare

SCHEDA 40

1) In figura 1, è disegnato un triangolo rettangolo con un angolo di 30°. Qual è la misura dell'angolo $C\hat{A}B$? ....

Con il righello, misura i lati *AB* e *AC*, approssimando al centimetro.

$\overline{AB}$ = ...; $\overline{AC}$ = ...

Calcola: $\overline{AB}/\overline{AC} =$ ....

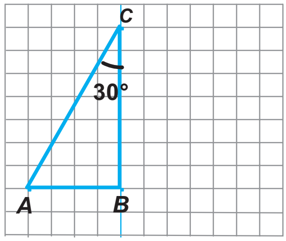


Figura 1

Ragionando, senza misurare, avresti potuto capire che il rapporto fra il cateto *AB* e l'ipotenusa è quello che hai trovato? Perché?

....

Confronta il tuo ragionamento con il seguente, che costruiamo insieme. Disegna il triangolo *BCD*, simmetrico del triangolo *ABC* rispetto alla retta *BC*. I triangoli *ABC* e *BCD* formano un solo triangolo, *ACD*. Gli angoli interni di questo triangolo misurano tutti .... perché ....

....

Quindi, il triangolo *ACD* è un triangolo ....e il punto *B* è il punto medio del segmento ... perché .... Pertanto, $\overline{AB}/\overline{AC} =$....

Questo procedimento si potrebbe ripetere per ogni triangolo rettangolo con un angolo di 30°. Pertanto, in ogni triangolo rettangolo con un angolo di 30° (o di 60°), il cateto minore è .... dell'ipotenusa.

2) Si vogliono ridipingere le facciate e rifare le grondaie di due case. Per stimare la spesa da sostenere, si calcolano le aree delle facciate e la lunghezza delle grondaie. A lato sono schematizzate le due facciate. I segmenti più chiari, in grassetto, indicano le grondaie.

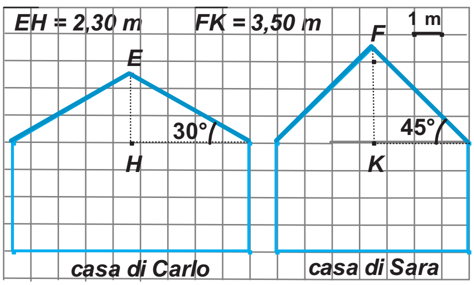


Figura 2

Risolvi il problema, approssimando i risultati al centesimo. ....

....

....

....

....

....

SCHEDA 41

1) In figura 1, è rappresentato un modulo usato nella pavimentazione di una piazza. I segmenti *AB*, *BC*, *CD*, *BE*, *EC*, *CF*, *FB*, sono fra loro congruenti.

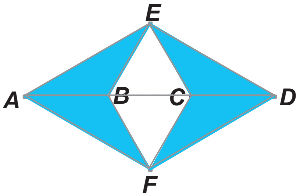


Figura 1

a) Completa le seguenti frasi:

L'angolo *EBC* misura .... perché ....

L'angolo *BEC* misura .... perché ....

L'angolo *ECD* misura .... perché ....

L'angolo *EDC* misura .... perché ....

b) L'area del quadrilatero *AFBE* è maggiore, uguale o minore dell'area del quadrilatero *EBFC*? Perché?

....

....

c) Il quadrilatero *AFDE*. È un rombo. Perché?...

....

c) Il segmento BC misura 1 m. Determina l'area del quadrilatero *AFDE*.

....

....

....

2) Un'insegna pubblicitaria, è costituita da <u>dodici</u> triangoli rettangoli congruenti, con l'ipotenusa lunga 1 m (fig. 3). Per stimare il peso dell'insegna, si deve determinarne l'area. Per sapere quanti metri di tubo fluorescente saranno necessari per illuminare il contorno, si deve calcolarne il perimetro. Esegui i calcoli necessari, approssimando i risultati al decimetro. (*Ogni triangolo rettangolo ha gli angoli interni che misurano .... e quindi è la metà di ....*)


Figura 2

....

....

....

....

....

....

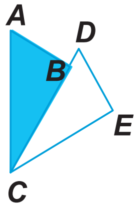


Figura 3

1a) Scrivi le coordinate dei punti *A, B, C* e del punto medio *M* del segmento *BC*.
A (... , ...); *B* (... , ...); *C* (... , ...); *M* (... , ...).

- Perché l'ascissa del punto *A* ha questo valore?

....

- Nel piano**,** ci sono altri punti, oltre al punto *A*, che hanno questa ascissa?

....

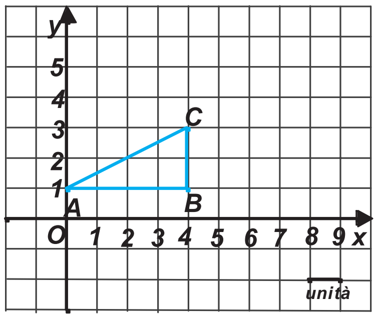


Figura 1

1b) Determina la misura del segmento *AC*, approssimando il risultato al decimo.

....

....

1c) Traccia la figura F, simmetrica del triangolo *ABC* rispetto al punto medio *M* del segmento *BC* (fig. 1). Chiama *D* il punto simmetrico di *A* rispetto ad *M* e determina le coordinate del punto *D*. ***D* (... , ...);**

1d) Traccia la figura simmetrica della figura *F*, rispetto al punto medio *N* del segmento *BD*.

1e) Unendo le tre figure che hai tracciato quale figura ottieni?

....

- Quali sono le coordinate dei vertici di questa figura? ....

....

- Determina il perimetro di questa figura, in unità quadretto, approssimando i risultati al decimo.

....

....

....

2a) Ruota il triangolo *ABC* di 90°, in senso orario, attorno ad *A* (fig. 2). Scrivi le coordinate dei vertici della figura che hai ottenuto.

....

2b) Trasla il triangolo *ABC* secondo il vettore $\vec{v}$ **,** ottenendo il triangolo ***F*.**

Disegna la figura ***G***, simmetrica di ***F*** rispetto alla retta *AB*, Scrivi le coordinate dei vertici di ***G***.

....

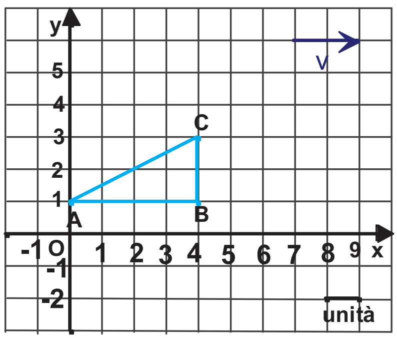


Figura 2

Una scheda per capire

SCHEDA 43

1) Leggi la definizione di poligoni simili. Misura i lati e gli angoli interni dei poligoni disegnati a destra. Cerca i lati che potrebbero essere corrispondenti, in una similitudine. Compila la seguente tabella.

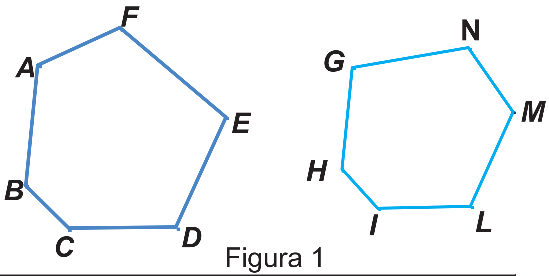


Figura 1

Coppie di lati corrispondenti	Rapporto		Coppie di angoli corrispondenti	Misure degli angoli

I poligoni *ABCDEF* e *GHILMN* sono simili? Perché?

....

....

2a) Traccia due triangoli *A'B'C'* e *A"B"C"* simili ad *ABC* e un trapezio *D'E'F'G'* simile a *DEFG*, rispettando i rapporti indicati nella prima colonna a sinistra della tabella sottostante.

2b) Calcola i perimetri e le aree dei cinque poligoni tracciati in figura 2.

....

....

....

....

....

....

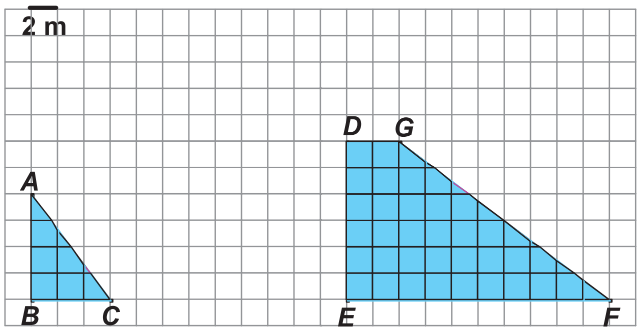


Figura2

Completa la tabella e osservala. Quali proprietà delle similitudini verifichi?

....

....

....

....

Rapporto fra lati corrispondenti	Rapporto fra perimetri di figure corrispondenti	Rapporto fra aree di figure corrispondenti
A'B'/AB = 2	....	....
A"B"/AB = $1/2$	....	....
D'E' / DE = $1/2$	....	....

1) Due triangoli *ABC* e *DEF* sono simili. Il rapporto fra due lati corrispondenti, *AB* e *DE*, è $\overline{AB}/\overline{DE} = 5/3$. Completa le seguenti frasi in modo da renderle vere, sostituendo ai puntini una delle seguenti parole:

maggiore, *uguale*, *minore*.

1a) Ogni lato di *ABC* è .... del suo corrispondente di *DEF*, perché ....

1b) Il rapporto fra l'area di *ABC* e quella di *DEF* è ....di $5/3$, perché ....

2) Due triangoli *ABC* e *HIL* sono simili. Il rapporto fra due lati corrispondenti, *AB* e *HI*, è $\overline{AB}/\overline{HI} = 7/9$. Completa le seguenti frasi in modo da renderle vere, sostituendo ai puntini una delle seguenti parole:

maggiore, *uguale*, *minore*

a) Ogni lato di *ABC* è .... del suo corrispondente di *DEF*, perché..

b) Il rapporto fra l'area di *ABC* e quella di *DEF* è .... di $7/9$, perché ....

3) Due triangoli *ABC* e *DEF* sono simili. L'angolo *ABC* misura 40° e l'angolo *DEF* misura 70°. Si possono determinare le misure degli altri angoli? Perché?

Procedimento ....
....
....

3) Due trapezi isosceli hanno gli angoli alla base congruenti e ogni angolo misura 45°. Quanto misurano gli altri angoli dei due trapezi?

È certo che i due trapezi sono simili? Perché?

....
....
....
....

Esemplifica con un disegno la tua risposta.

....

Una scheda per pensare

SCHEDA 45

1) Nel riquadro di figura 1**,** disegna un rettangolo con i lati lunghi 18 cm e 24 cm. Supponi di tagliarlo, accorciando il lato maggiore di 8 cm. Come puoi ottenere un rettangolo simile a quello iniziale?
Procedimento ....
....
....
....
....

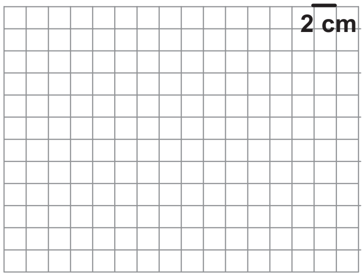


Figura 1

2) In una fabbrica, si producono magliette di sei taglie. Le magliette d'ogni taglia sono simili alle magliette della taglia precedente, ma sono più larghe di 2 cm. Le magliette più piccole sono larghe 40 cm e sono lunghe 50 cm. Il costo di una maglietta cresce se aumenta l'area della maglietta, perchè serve più cotone per tesserla. Si vendono a un prezzo più alto le magliette il cui peso supera di almeno il 20% il peso delle più piccole. A che taglia aumenta il prezzo?

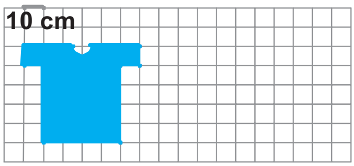


Figura 2

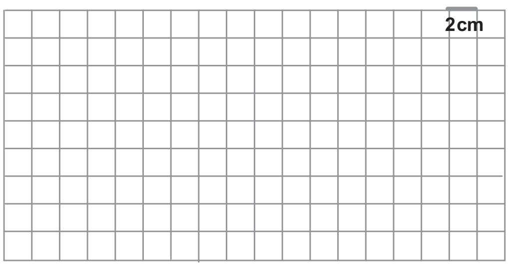
L'aumento di prezzo scatta alla taglia ....

Se il quesito ti sembra difficile, compila questa tabella:

taglia	*larghezza (cm)*	*Larghezza taglia/ larghezza prima taglia*	*area taglia / area prima taglia*
2			
3			
4			

Nel testo del problema, c'è qualche dato che non hai usato per risolverlo? ....

3) Un pittore intende copiare un quadro celebre, la cui tela, rettangolare, misura 60 cm × 80 cm. Egli ha una tela rettangolare che misura 45 cm × 50 cm. La sua copia sarà simile all'originale. Taglierà la sua tela parallelamente ad uno dei lati. Quali potranno essere le dimensioni massime della copia?



....
.... *Se lo ritieni utile, fa un disegno nel riquadro quadrettato).*

4c. Note sulle schede di lavoro, da 38 a 45

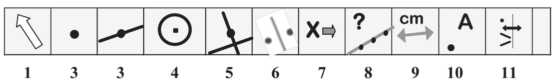
SCHEDA 38
Questa scheda ha come obiettivi:
- riconoscere figure direttamente o inversamente congruenti e comprendere la definizione di figure direttamente o inversamente congruenti,
- eseguire trasformazioni isometriche nel piano,
- riconoscere trasformazioni isometriche nel piano.

Il quesito 3 sollecita gli alunni a riconoscere una trasformazione (simmetria centrale, simmetria assiale, rotazione attorno a un punto), individuando le coppie di punti corrispondenti.

SCHEDA 39
Questa scheda ha come obiettivi:
- risolvere un quesito operando con le frazioni,
- riconoscere i dati forniti dal testo di un problema, individuando quelli necessari per risolverlo,
- controllare la correttezza di un risultato confrontandolo con una stima ricavata da una rappresentazione grafica,
- risolvere un problema in cui si fa riferimentoa una situazione reale,
- confrontare risultati ottenuti con approssimazioni diverse.

SCHEDA 40
Questa scheda ha come obiettivi:
- comprendere e applicare le proprietà dei triangoli rettangoli con angoli di 30°, 45°, 60°), anche in situazioni tratte dalla realtà,
- eseguire calcoli con approssimazioni assegnate.

Il quesito 1 può essere risolto anche costruendo triangoli particolari, con Cabri. Ecco la barra degli strumenti di Cabri Géomètre II Plus.



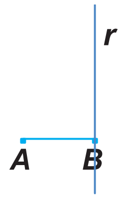
<u>Costruiamo un triangolo rettangolo con un angolo di 30°</u>

- Portiamo il puntatore sul bottone **3,** premiamo il tasto sinistro del mouse e, quindi, scegliamo **Segmento.**

- Spostiamo il cursore (a forma di matita) in un punto del foglio Cabri e premiamo il tasto sinistro del mouse, spostiamo il cursore e premiamo di nuovo, spostiamo il cursore sulla casella 1 e scegliamo **Puntatore**. Abbiamo disegnato un segmento (*AB*).

<u>Angolo di 90°</u>

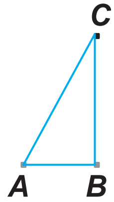
- Portiamo il puntatore (a forma di freccia) sul bottone **5.** Premiamo il tasto sinistro del mouse su **Retta perpendicolare**; spostiamo il cursore sotto il segmento (*retta perpendicolare a questo segmento*), premiamo il tasto sinistro del mouse e portiamo il cursore sopra l'estremo destro del segmento (*per questo punto*); premiamo il tasto del mouse. Sul foglio compare una retta perpendicolare al segmento *AB* e passante per l'estremo che abbiamo scelto.



Triangolo rettangolo

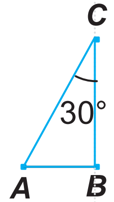
Spostiamo il cursore sul bottone 2 e scegliamo **Punto su un oggetto.** Spostiamo il cursore sulla retta (*r*) e scegliamo un punto (*C*) della retta.

- Portiamo il cursore sul bottone **3** e scegliamo **Triangolo.** – Portiamo, successivamente, il cursore sui punti *A*, *B* e *C*, premendo ogni volta il tasto sinistro. Abbiamo disegnato un triangolo rettangolo.



Angolo di 30°

- Spostiamo il cursore sul bottone **9,** scegliamo **Misura dell'angolo**, portiamo, successivamente, il cursore sui vertici *A*, *C*, *B*, premendo ogni volta i tasto sinistro del mouse. Sullo schermo compare la misura in gradi (di solito approssimata al decimo) dell'angolo *ACB*.
- Portiamo il cursore su punto *C* e spostiamo il punto sulla retta fino a quando si leggerà 30,0° (Spesso l'approssimazione di Cabri non è sufficiente ad individuare l'angolo di 30,0°, ma un angolo di 29,8° o di 30,1° rappresenta un'approssimazioni migliore di quella che potemmo ottenere con righello e goniometro).



Abbiamo disegnato un triangolo rettangolo con un angolo di 30°.

Utilizzando il bottone **9**, **Distanza o lunghezza**, si possono confrontare le lunghezze dei lati *AB* e *AC*; utilizzando il bottone **6**, **Simmetria assiale**, si può costruire il triangolo simmetrico del triangolo *ABC*, rispetto alla retta *r*, e verificare che il triangolo *ABC* è la metà di un triangolo equilatero.

Con un procedimento analogo si può costruire un triangolo rettangolo con un angolo di 45° e, costruendo il suo simmetrico rispetto all'ipotenusa, verificare che è la metà di un quadrato.

SCHEDA 41,

Questa scheda propone quesiti, riferibili a situazioni reali.

Obiettivi della scheda:
- applicare le proprietà angolari dei triangoli,
- riconoscere triangoli equivalenti,
- applicare le proprietà dei triangoli equilateri e dei triangoli rettangoli con un angolo di 30° (o di 60°),
- calcolare l'area di un triangolo,
- argomentare,
- applicare il teorema di Pitagora (meglio non usare i "numeri fissi"),
- determinare l'area e il perimetro di figure composte.

La figura 1 può far pensare che *AB* e *BC* non siano congruenti, ma basta misurare per convincersi che lo sono.

4d. La Terza Prova di verifica e i suoi obiettivi

Negli incontri fra docenti, sono state notate significative differenze fra gli itinerari didattici seguiti dagli insegnanti nello svolgimento del piano cartesiano, delle trasformazioni geometriche nel piano e delle similitudini tra figure. Sembra prevalere la tendenza a svolgere questi argomenti anche durante il terzo anno. Per questi motivi, si è deciso d'inserire nella terza prova di verifica, da somministrare entro la prima metà del mese di maggio, un solo quesito sul piano cartesiano e due riguardanti alcune conoscenze di base sulle similitudini tra poligoni.
Gli esiti concernenti i quesiti sulle similitudini (quesiti 7 e 8) sono schematizzati nella tabella 1.

	Quesito 7: costruire un triangolo simile ad uno dato, secondo un rapporto di similitudine assegnato.			**Quesito 8: elementi da considerare per verificare che due poligoni sono simili.**		
Anno scol.	**Disegno_ lato DE**	**Disegno_ lati_ DF, FE**	**Area_ DEF**	**Proporzio nalità_lati**	**Congruenza _angoli**	**Termine "Corrispon- denti"**
2006/ 2007	57%	47%	21%	47%	33%	28%

Tabella 1

Sembra ragionevole pensare che la comprensione delle proprietà delle similitudini sia insufficiente. Si nota che la domanda alla quale corrisponde la percentuale massima di risposte corrette (solo il 57%) concerne la costruzione di un segmento, del quale è dato il rapporto rispetto ad un altro, la cui misura si ricava contando i quadretti. Tale problema si potrebbe risolvere anche senza conoscere le similitudini.
L'ipotesi che si presti poca attenzione alla conoscenza teorica è confermata dagli esiti del quesito 3, in cui si chiede di enunciare il teorema di Pitagora, perché la percentuale di risposte corrette supera di poco il 50%.
Il testo della prova è seguito da una tabella con l'indicazione degli obiettivi d'ogni quesito.

TERZA PROVA DI VERIFICA DI GEOMETRIA,

Seconda classe della scuola secondaria di primo grado

Anno scolastico .... data.......................... CL2_pr3

NOME E COGNOME ……………………………… CLASSE …………

È consentito l'uso di tavole numeriche, righello, squadra, compasso, ma <u>non</u> della calcolatrice. Tempo disponibile per completare la prova: 90 minuti

QUESITI

1) Osserva il pentagono disegnato a lato.

a) Calcola l'area della figura.

Procedimento...
....
....
....
....

b) Calcola il perimetro della figura.

Procedimento...
....
....

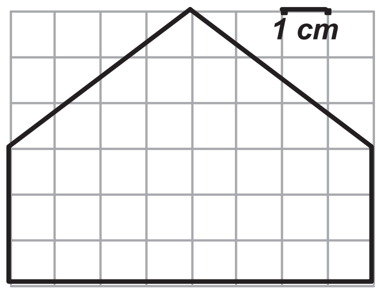


Figura 1

....
....

2) Nella tabella sottostante, le lettere *a, b, c* rappresentano le misure dei lati di quattro triangoli.
Completa la tabella e stabilisci, per ogni triangolo, se si tratta di un triangolo rettangolo oppure no.

	a	*b*	*c*	a^2	b^2	c^2	**È rettangolo?**
T_1	6 cm	8 cm	10 cm				
T_2	5 cm	6 cm	7 cm				
T_3	9 cm	12 cm	15 cm				
T_4	4 cm	7 cm	10 cm				

3) Scrivi l'enunciato del teorema di Pitagora.

....
....
....

4) **Per eseguire una riparazione si deve usare una scala lunga 10 m.**
A quale distanza dal muro deve essere appoggiata a terra la scala, se si vuole che la sua parte superiore si appoggi al muro all'altezza di 8 m?

Procedimento ....
....
....
....
....
Risposta ....
....

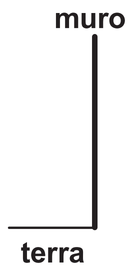


Figura 2

5) **<u>Scrivi il testo di un problema</u> che chiede di determinare l'area di un triangolo isoscele, di cui si conoscono la misura del perimetro (ad esempio 20 cm) e un altro dato scelto da te.**
Testo del problema ....
....
....
....

6) **Completa le seguenti formule, dove con le lettere *a, b, c* si indicano le misure dei lati di un triangolo rettangolo la cui ipotenusa misura *c*.**

a) $c^2 = a^2+b^2 \rightarrow c =$ ……………...……
b) $a^2 =$ …...…. $\rightarrow a =$ ………………...…..
c) $b^2 =$ ……. $\rightarrow b=$ ……………….....…

7a) **Disegna un triangolo *DEF* simile al triangolo *ABC*, tale che il lato *DE* corrisponda al lato AB e sia <u>*DE : AB* = 3</u>**

7b) **Sapendo che l'area del triangolo *ABC* misura 60 cm^2, calcola l'area del triangolo *DEF*.**

Procedimento.......................
....
....
....
....

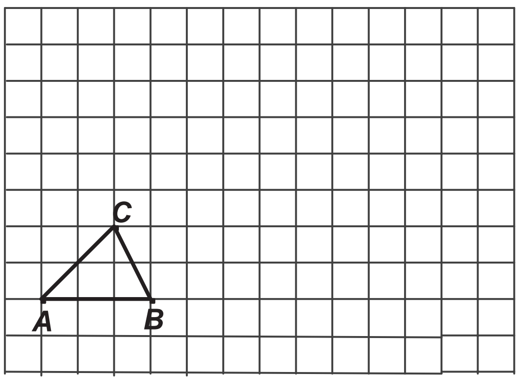


Figura 3

8) Osserva i poligoni *ABCD* e *A'B'C'D'* (fig. 4)**.**
Scrivi cosa dovresti fare per verificare se essi sono simili.

....
....
....
....
....
....
....
....
....

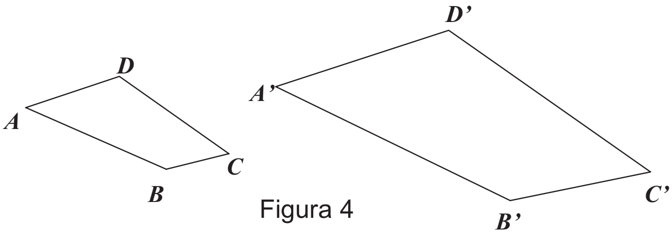


Figura 4

9a) Rappresenta nel piano cartesiano i punti A(1,1), B(5,1) e C(5,4).

9b) Disegna i segmenti AB, BC e CA.

9c) Calcola la distanza fra A e B.

Procedimento: ....

...

9d) Calcola la distanza fra A e C.

Procedimento: ....

……………………………………..….

…………………………..……..……......

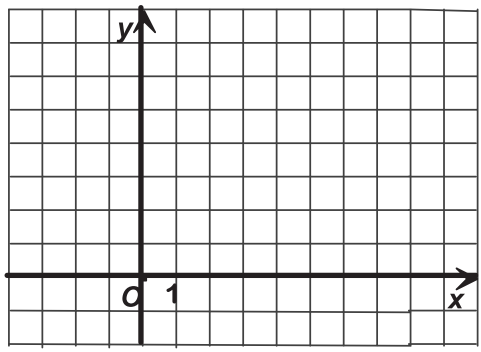


Figura 5

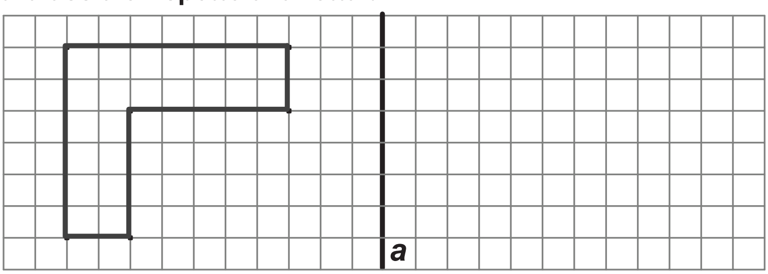
10) Osserva la figura 5 e completa le seguenti frasi:

a) Nel piano cartesiano l'<u>asse *x*</u> è detto asse delle ……………….........….**;**

l'<u>asse *y*</u> è detto asse delle ………………………..

b) I punti appartenenti all'asse *x* hanno tutti………...……….**uguale a zero.**

11) Osserva la seguente figura piana e disegna il risultato di una simmetria assiale rispetto alla retta *a*:



12) Traccia la figura simmetrica, rispetto al punto O, della freccia rappresentata in figura 7.

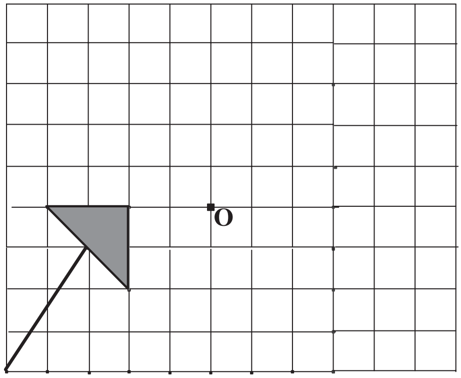


Figura 7

13) <u>Senza eseguire calcoli, ma usando squadra e compasso,</u> costruisci un rettangolo, sapendo che la lunghezza del lato maggiore è di 5 cm e che la diagonale misura 6 cm.

Come hai proceduto per disegnare il rettangolo?

....

....

....

....

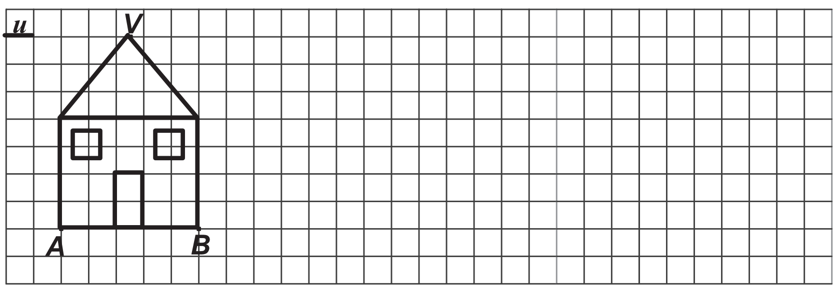
....

....

14) Applica alla seguente figura una traslazione avente:

a) direzione: quella del segmento *AB*;
b) verso: da sinistra a destra;
c) lunghezza dello spostamento: 7 unità (l'unità di misura della lunghezza dello spostamento è il lato di uno dei quadratini della griglia sottostante**)**

Figura 8



CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA
CL2_pr3 anno .... mese ....
CONTENUTI

NUMERI QUESITI / SINGOLI ARGOMENTI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
- Poligoni															
- Aree, perimetri: problemi	**Aree, Perimetri**														
- Teorema di Pitagora: enunciati e formule	**Teorema di Pitagora**														
- Teorema di Pitagora: problemi		b								d					
- Trasformazioni geometriche	**Trasformazioni geometriche**														
- Piano cartesiano	**Piano cartesiano**														
- Similitudini	**Similitudini**														

Tabella 1

ABILITÀ

NUMERI QUESITI / ABILITÀ		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati	**COMPRENDERE**										a				
-Comprendere proprietà										a	b				
- Dare enunciare teoremi	**COMUNICARE VERBALMENTE**														
- Descrivere un procedimento risolutivo															
- Costruire trasformazioni geometriche	**COSTRUIRE VISUALIZZAZIONI PER CONSEGNA**														
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici) per consegna										b					
- Utilizzare simboli o formule per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità	**UTILIZZARE CONSAPEVOLMENTE SIMBOLI O FORMULE**														
- Formulare un problema a condizioni date	**INVENTARE**														
- Costruire oggetti anche simbolici rispondenti a determinate proprietà															
- Risolvere un problema che richiede soltanto un'operazione o l'applicazione di una formula	**RISOLVERE PROBLEMI**									c					
- Risolvere un problema che richiede due operazioni															
- Risolvere un problema che richiede tre o più di tre operazioni		a,b								d					
Eseguire correttamente calcoli aritmetici in un processo risolutivo															
Correttezza linguistica															

Tabella 2

UNITÀ 5: ISOMETRIE, SIMILITUDINI, CIRCONFERENZE E CERCHI

5a. Contenuti e Abilità

Classe Terza		
La corrispondenza tra argomenti e periodi è solo indicativa. I contenuti e le abilità descritti in questa tabella sono coerenti con gli obiettivi delle prove di verifica proposte nei paragrafi 5d e 5 g. Gli argomenti scritti in *corsivo* non sono stati svolti da alcuni dei docenti che hanno partecipato alla sperimentazione.		
Periodo: settembre-ottobre		
Conoscenze	**Abilità**	**Note didattiche** (attività, riflessioni, …)
- Ripasso, conclusione, approfondimento di alcuni temi proposti negli anni scolastici precedenti, in particolare: - segmenti: multipli e sottomultipli; - triangoli, triangoli particolari; - area dei poligoni, teorema di Pitagora; - trasformazioni isometriche; - piano cartesiano; - similitudini. **Misure** **Competenza linguistica**	- Comprendere definizioni, enunciati, proprietà; - enunciare definizioni, teoremi. -Rappresentare figure geometriche e trasformazioni nel piano. - Giustificare affermazioni anche con semplici ragionamenti (senso). - Risolvere problemi (con applicazione di formule, con una o più operazioni). - Esplicitare le unità di misura utilizzate. - Approssimare i risultati secondo un prefissato numero di cifre significative. - Usare consapevolmente i termini specifici. - Comunicare con correttezza linguistica.	**Osservazioni** - Può essere utile iniziare la ripetizione o l'approfondimento di argomenti già proposti ponendo agli alunni domande mirate, per aiutarli ad individuare i punti critici. **Attività** ☺ - Disegnare figure geometriche, rispettando condizioni assegnate e risolvere problemi riferiti ad esse (**Scheda 46**); - riconoscere trasformazioni geometriche e loro proprietà (**Schede 47a, 47b, 48**); - eseguire trasformazioni isometriche nel piano cartesiano. - Risolvere problemi nel piano cartesiano (**Scheda 49**). - Risolvere problemi con rapporti di similitudine maggiori o minori di uno; costruire qualche esempio di similitudine con rapporto pari a uno. - Determinare, approssimativamente, l'altezza di oggetti reali, misurando l'altezza di un'asta verticale infissa nel terreno e la lunghezza delle ombre dell'asta e degli oggetti. - Applicare le similitudini in riproduzioni in scala (**Scheda 50**).
		<u>Prima prova scritta:</u> **<u>5-20 ottobre</u>**

<table>
<tr><th colspan="3">Periodo: ottobre-novembre</th></tr>
<tr>
<td>- Circonferenza e cerchio; archi; settori, corone e segmenti circolari.

- Lunghezza della circonferenza e area del cerchio.

.

- Posizioni reciproche di circonferenze, punti, rette.

- Angoli al centro e angoli alla circonferenza.</td>
<td>- Riconoscere, disegnare, descrivere e definire circonferenze, cerchi, archi, corde, settori, corone, segmenti circolari;
- comprendere il ruolo della definizione, in matematica.

- Usare consapevolmente i termini specifici.
-Formulare congetture, verificarle.
-Conoscere le formule per trovare la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio, in funzione del raggio, e le corrispondenti formule inverse.
-Calcolare lunghezze di circonferenze e aree di cerchi.
- Risolvere problemi, anche con l'uso delle proporzioni e applicando il teorema di Pitagora.
- Conoscere e saper applicare le proprietà riguardanti le posizioni reciproche di punti, rette e circonferenze.
- Descrivere a parole il procedimento seguito nella costruzione di figure o nella risoluzione di un problema.
-Formulare congetture, dimostrarle in casi semplici.
- Conoscere e applicare le proprietà riguardanti angoli al centro e angoli alla circonferenza.
Applicare qualche con-</td>
<td>Attività ☺
- Costruire, per gradi, una definizione di circonferenza (cfr. Nota 1, a fine paragrafo).
- Costruire figure geometriche coerenti con le definizioni fornite (dagli alunni) e confrontarle con le definizioni del manuale (cfr. Nota 2, a fine paragrafo).
- Confrontare le accezioni di alcuni termini nel linguaggio ordinario in quello matematico (Scheda 51).
- Stimare il valore di π, misurando contorni e diametri di circonferenze riconoscibili in oggetti di uso frequente (rotolo di nastro adesivo, temperamatite, tubetto di colla…) e trascrivendo sulla lavagna le misure trovate e i quozienti tra le misure delle circonferenze e quelle dei loro diametri (cfr. Nota 3, alla fine del paragrafo);
-" scoprire" la formula $A = \pi r^2$ (cfr. Note 4 e 5, alla fine del paragrafo).
- Ricavare formule inverse, per limitare la memorizzazione di formule, usando anche la definizione di quoziente.
- Costruire e riconoscere circonferenze (Scheda 52).

- Misurare angoli al centro e angoli alla circonferenza, congetturare la relazione fra angoli al centro e angoli alla circonferenza corrispondenti (Scheda 53, dimostrare la congettura in casi semplici);
- applicare, nella risoluzione di problemi, la relazione che intercorre tra un angolo al centro e gli angoli alla circonferenza corrispondenti ad esso (Scheda 54).
- Comprendere la differenza fra angolo al centro, arco, settore; capire che un arco si può pensare come</td>
</tr>
</table>

Misure	cetto fondamentale della teoria degli insiemi. - Misurare oggetti, operare con misure; - esplicitare le unità di misura utilizzate; - passare dalle misure angolari nel sistema sessagesimale a quelle in gradi e decimi di grado, e viceversa. - Approssimare per difetto e per eccesso un valore numerico, con precisione assegnata.	l'intersezione fra una circonferenza e un angolo al centro, e un settore circolare come l'intersezione fra un cerchio e un angolo al centro. - Se più alunni compiono misure di uno stesso oggetto, può avvenire che si ottengano misure diverse di una stessa grandezza e che si presenti, quindi, l'occasione di parlare di approssimazione di una misura. NB: Di solito, i software di geometria sono implementati per fornire le misure angolari in base decimale. - Determinare π, approssimando al decimo, al centesimo, al millesimo.
Periodo: novembre-dicembre		
-Lunghezza di archi e area di settori, segmenti circolari, corone circolari. -Poligoni inscritti e circoscritti ad una circonferenza: definizioni, proprietà. - Poligoni regolari.	- Conoscere e comprendere il significato delle formule per il calcolo di lunghezze di archi di circonferenze, aree di settori, corone e segmenti circolari. - Risolvere problemi riguardanti archi e settori. - Utilizzare il calcolo letterale in casi semplici. - Disegnare poligoni inscritti e circoscritti ad una circonferenza; - conoscere, verificare, comprendere, giustificare (dimostrare) le condizioni d'inscrivibilità e di circoscrivibilità dei quadrilateri. - Conoscere e comprendere la definizione di poligono regolare.	**Attività** ☺ - Applicare le proporzioni nella risoluzione di problemi riguardanti lunghezze di archi e aree di settori circolari. - Risolvere problemi su circonferenza e cerchio riferibili a situazioni reali (**Schede 55, 56)**; -Rappresentare poligoni inscritti e circoscritti ad una circonferenza, misurare i loro lati e i loro angoli per comprendere e giustificare le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti. Queste attività sono più interessanti se sono realizzate con un software di geometria dinamica, perché si possono determinare rapidamente le misure di segmenti e angoli. - Risolvere problemi su poligoni inscritti o circoscritti ad una circonferenza (**Scheda 57)**, anche applicando le proprietà dei triangoli con angoli particolari (**Scheda 58).** - Costruire qualche poligono regolare secondo la definizione, usando un software di geometria (*si può costruire un poligono regolare eseguendo rotazioni successive di un segmento attorno ad uno dei suoi*

Relazioni Misura delle grandezze geometriche	- Conoscere, comprendere e applicare le proprietà dei poligoni regolari; - calcolare area e perimetro di alcuni poligoni regolari. - Giustificare affermazioni, anche con semplici ragionamenti. - Risolvere problemi; **-** riconoscere tutti i dati forniti dal testo di un problema, l'obiettivo da conseguire e i dati necessari per risolverlo; - scrivere il testo di un problema; - descrivere con chiarezza un procedimento risolutivo e confrontarlo con altri eventuali procedimenti. - Costruire, interpretare e modificare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà. -Rappresentare relazioni e funzioni nel piano cartesiano. **-** Stimare le misure di grandezze notevoli (area e perimetro); - esplicitare le unità di misura; - approssimare numeri con una precisione assegnata.	*estremi, secondo angoli isometrici agli angoli interni del poligono da costruire*); - riconoscere e applicare proprietà dei poligoni regolari con l'ausilio di un software dinamico (*le dimostrazioni generali sulle proprietà dei poligoni regolari sono troppo difficili, mentre è abbastanza facile giustificare alcune proprietà di particolari poligoni regolari*). - Formulare e risolvere problemi. (**Schede 58, 59, 60)** - Discutere in classe procedure diverse per risolvere uno stesso problema; - Costruire o completare tabelle per evidenziare le relazioni tra raggio e lunghezza della circonferenza, raggio e area del cerchio, lunghezza della circonferenza e area del cerchio, lunghezza della circonferenza e lunghezza dell'arco ... - Rappresentare, nel piano cartesiano, la proporzionalità diretta fra la lunghezza della circonferenza e il raggio, l'area di un settore circolare e l'ampiezza del suo angolo al centro e la relazione fra l'area del cerchio e il quadrato del raggio.
Aspetti storici connessi con la matematica	- Conoscere alcuni cenni storici riguardanti il numero π e collocarli nel loro periodo storico.	- Costruire schede di sintesi con riferimenti tratti da libri di storia, non solo della matematica, citando anche qualche evento o personaggio significativo dei periodi storici citati.
		Seconda prova scritta: **15 dicembre-15 gennaio**

NOTE

Nota 1-Per facilitare la comprensione della definizione di circonferenza, chiedere agli alunni di: 1) *enunciare le definizioni che si ricordano e confrontarle fra loro*; 2) *disegnare a mano libera qualche circonferenze e confrontare i disegni eseguiti con le proprie idee di circonferenza*; 3) *riconoscere circonferenze in modelli di cartoncino preparati dal docente*; 4) *disegnare cerchi usando il compasso*; 5) *leggere le definizioni fornite dal manuale e confrontarle con quelle enunciate all'inizio dell'attività*; questo procedimento si può ripetere per la definizione di cerchio, arco e settore circolare.

Nota 2 Ad esempio, come si potrebbero rappresentare definizioni come " Una corona circolare è una parte circolare di cerchio". oppure "Un settore circolare è un angolo al centro di una circonferenza"?

Nota 3 Per stimare il valore di π: 1*) appoggiare gli oggetti su un foglio;* 2) *tracciare i contorni dei cerchi individuati dalle basi d'appoggio, determinare i loro centri, piegando il foglio in quattro parti, e tracciare i loro diametri;* 3) *far passare attorno ad ogni oggetto un cordoncino colorato, tagliare la parte di cordoncino corrispondente al contorno da misurare, incollarla sotto il diametro corrispondente e confrontarla con esso.*

Nota 4 Per" scoprire" la formula $A = \pi r^2$: 1) *dividere un cerchio di carta in quattro settori, poi in 8 poi in 16*; 2) *ritagliare le varie parti e incollarle su un foglio quadrettato in modo da costruire una figura curvilinea che assomiglia ad un parallelogrammo, stimarne l'area, contando i quadretti, e confrontarla con quella di un parallelogrammo avente un lato lungo come la semicirconferenza e come altezza il raggio*; 3) *notare che l'area del parallelogrammo, si avvicina a quella della figura mistilinea se essa tende a diventare un parallelogrammo, ossia al crescere del numero degli spicchi in cui si è diviso il cerchio*.

Nota 5 Per " scoprire" la formula $A = \pi r^2$ 1) *stimare l'area del cerchio, a_c, compreso tra il quadrato inscritto ed il quadrato circoscritto: $2r^2 < a_c < 4r^2$,*
2) r*ipetere il procedimento con l'esagono regolare: $2{,}6r^2 < a_c < 3{,}45\ r^2$* ; 3) si *può pensare che al crescere del numero di lati dei poligoni inscritti e circoscritti*...
Può essere utile notare che si stanno formulando congetture o eseguendo verifiche convincenti riguardanti proprietà, che gli allievi potranno dimostrare nella scuola secondaria di secondo grado.

5b. Schede di lavoro, da 46 a 50

Le prime sei schede di questa Unità riguardano alcuni argomenti, che sono svolti alla fine della seconda o all'inizio della terza classe della scuola secondaria di primo grado. Gli esiti delle prove di verifica, somministrate in classi di province diverse, in due anni scolastici successivi, hanno evidenziato che molti alunni incontrano difficoltà a comprendere alcune proprietà fondamentali delle trasformazioni geometriche piane. Nella tabella 1, sono riportati alcuni risultati riguardanti i quesiti 2 e 3 della prima prova di verifica somministrata nella terza classe (testo al paragrafo 5d).

Anno scolastico	**Quesito 2**	**Quesito 3**				**Numero Alunni**
	Triang. Ottenutt Con Rot.	**Traslazione da fig. *A* a fig. *B***		**Simmetria assiale da fig. *A* a fig. *C***		
		Riconosc.	Motivaz.	Riconosc.	Motivaz.	
2005/2006	34%	63%	38%	41%	32%	250
2006/207	44%	70%	48%	45%	32%	250

Tabella 1

Quasi due terzi degli alunni hanno riconosciuto una traslazione, meno della metà ha individuato una simmetria assiale e ancor meno sono coloro che hanno eseguito correttamente una rotazione, nel piano. Si nota con chiarezza la difficoltà a motivare le proprie risposte. Per questi motivi, alcune schede sono dedicate alle trasformazioni isometriche nel piano e, in esse, compare di frequente la consegna di motivare le proprie affermazioni.
Riguardo alle similitudini, meno della metà degli allievi ha scritto una definizione di poligoni simili semanticamente corretta, mentre supera appena il 20% la percentuale degli alunni che hanno determinato correttamente la misura della superficie di un poligono simile, secondo un rapporto di similitudine noto, ad un altro, di cui è data l'area.
Ultima osservazione: quasi un quinto degli allievi non è riuscito a rappresentare, nel piano cartesiano, tre punti di coordinate assegnate.

SCHEDA 46

Seduto su una cassa, Paolo disegna una mappa, secondo le istruzioni di una caccia al tesoro che sta per iniziare. Tracciala anche tu (fig. 1).

1a) Parti dal punto ***A***. Il punto ***B*** è 4 m ad Est del punto *A*.

1b) Il punto ***C*** è simmetrico di *B* rispetto a *P*. ($\overline{BC} =$ ...m)

....
....
....

1c) Il punto ***D*** è a Sud di *C* e dista da *C* la metà di *AB*.

1d) Il punto ***E***, è simmetrico di *D* rispetto alla linea *XY*. $\overline{DE} =$ ...m

....
....

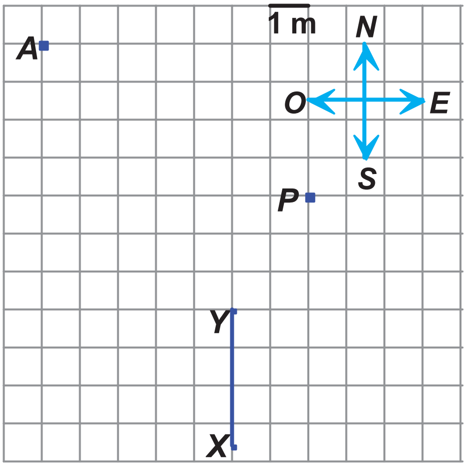


Figura 1

1e) Il punto d'arrivo è a Nord del punto *E* e dista da *E* $^{5}\!/_{2}$ di *AB*.

Determina la lunghezza dell'ultimo tratto da percorrere.

....
....

Rispondi a queste domande.

a) Quanti metri si devono percorrere in tutto?

....
....

b) Quanto è lungo un cavo rettilineo teso fra il punto A e il punto D? Approssima il risultato, arrotondando al centimetro.

....

c) Quanto è lungo un cavo rettilineo teso fra il punto E e il punto C? Approssima il risultato, arrotondando al decimetro.

....
....

d) L'itinerario da seguire individua il contorno di un poligono. Calcola la sua area.

....
....

SCHEDA 47

1) Le figure *G* e *P* (fig. 1) sono simmetriche della figura *A*, rispetto a due rette distinte. Traccia, sul riquadro quadrettato:

- i segmenti che congiungono i vertici di *A* con i loro corrispondenti di *G;*
- l'asse della simmetria che trasforma *A* in *G*,

- i segmenti che congiungono i vertici di *A* con i loro corrispondenti di *P*,
- l'asse della simmetria che trasforma *A* in *P*.

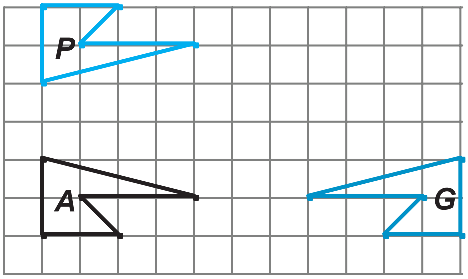


Figura 1

2) Le figure *Y* e *Z* (fig. 2) sono state ottenute con due diverse rotazioni della figura *X*.

a) Rotazione che ha generato la figura *Y*
-Scrivi le coppie di punti corrispondenti.

$A \rightarrow ...;\quad B \rightarrow ...;$

$C \rightarrow ...;\quad D \rightarrow ...;$

- Evidenzia il centro di rotazione con un punto rosso.
- Determina il verso e l'ampiezza dell'angolo di rotazione.

....
....
....

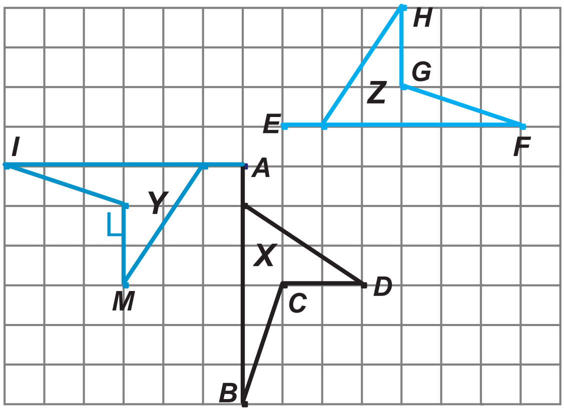


Figura 2

b) Rotazione che ha generato la figura *Z*:
- Scrivi le coppie di punti corrispondenti.

$A \rightarrow ...;\quad B \rightarrow ...;\quad C \rightarrow ...;\quad D \rightarrow ...;$

- Evidenzia il centro di rotazione con un punto azzurro.
- Determina il verso e l'ampiezza dell'angolo di rotazione.

....
....
....

Una scheda per capire

SCHEDA 48

1) Osserva, in figura 1, la trasformazione nella quale alla figura *X* corrisponde la figura *X'*.

1a) Come si chiama questa trasformazione?

....

1b) Se ritagliassi la figura *X* potresti sovrapporla a *X'*? ... Perché?................................

....

1c) La corrispondenza fra i vertici è:

A → A', B → B', C → C'

D → D', E → E', F → F' .

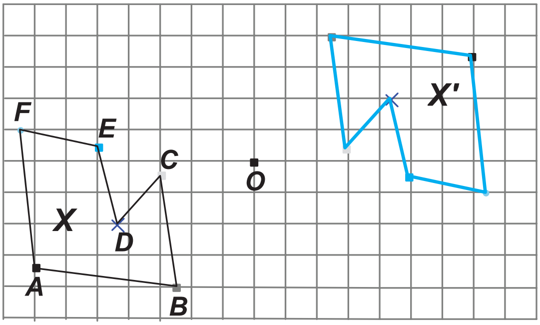


Figura 1

Nella figura 1, assegna ad ogni vertice di *X'* la lettera indicata.

Segui il contorno della figura *X* da A a *F* e della figura *X'* da *A'* a *F'*. I due versi di percorrenza sono uguali? Perché? ....

....

2) Osserva, in figura 2, la trasformazione, nella quale alla figura *Y* corrisponde la figura *Y'*.

2a) La corrispondenza fra i vertici è:

G → G', H → H', I → I',

L → L', M → M', N → N';

Nella figura 2, assegna ad ogni vertice di Y' la lettera indicata.

2b) Come si chiama questa trasformazione?

....

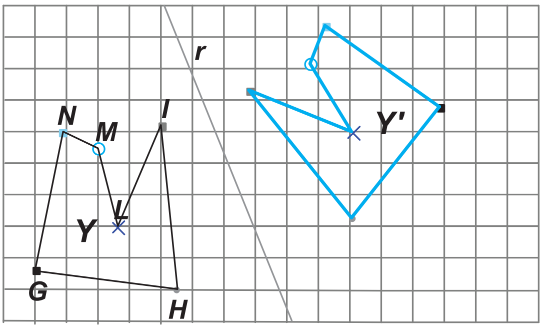


Figura 2

2c) Segui il contorno della figura *Y* da G ad *N* e della figura *Y'* da G' ad *N'*. I due versi di percorrenza sono uguali o no? Perché? ....

....

3) Tra le figure di questa scheda, ci sono figure direttamente congruenti? Perché?..

....

4) Tra le figure di questa scheda, ci sono figure inversamente congruenti? Perché? ....

....

Osservare e pensare

SCHEDA 49

1) Nel piano cartesiano (fig. 1), traccia:
- *A'B'C'D'*, simmetrico di *ABCD* rispetto all'asse delle ascisse,
- *A"B"C"D"*, simmetrico di *ABCD* rispetto all'asse delle ordinate,
- *EFGH*, simmetrico di *ABCD* rispetto al punto *O*.

Scrivi le coordinate dei vertici di
- *ABCD* ....
- *A'B'C'D'* ....
- *A"B"C"D"*...
- *EFGH* ....

Quali differenze ci sono fra le coordinate dei vertici di *ABCD* e quelli di
- *A'B'C'D'*? ....
....
- *A"B"C"D"*? ....
....
- *EFGH* ? ....
....

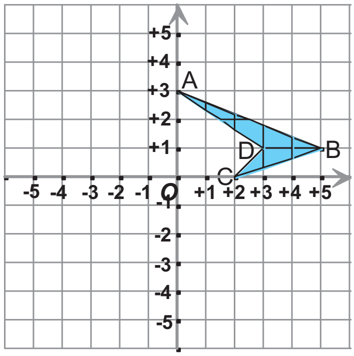


Figura 1

Puoi trasformare la figura *A'B'C'D'* nella figura *EFGH* con una trasformazione isometrica? ..... Giustifica la tua risposta.
....

2) Nel piano cartesiano (fig. 2), traccia*:
- *H'I'L'M'*, ottenuto ruotando *HILM,* di un angolo retto, in senso orario, attorno all'origine del sistema di riferimento.
- *H"I"L"M"*, ottenuto ruotando *HILM,* di un angolo retto, in senso antiorario, attorno al punto *O*.

Scrivi le coordinate dei vertici
- di *H* ILM ....
- di *H'I'L'M'* ....
- di *H"I"L"M"*..

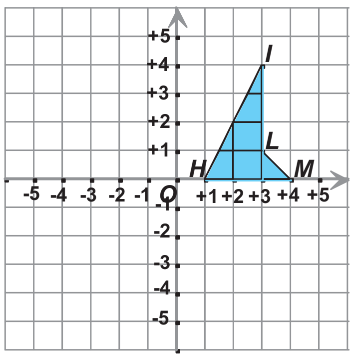


Figura 2

Traccia: *PQRS*, ottenuto ruotando *H'I'L'M'* di un angolo retto, in senso orario, attorno al punto *O*. Scrivi le coordinate dei vertici di *PQRS*. ....

Traccia: *TUVW* ottenuto ruotando *H"I"L"M",* di un angolo retto, in verso antiorario, attorno al punto *O*. In che posizione è la figura *TUVW* rispetto alla figura *PQRS*? ....

Come giustifichi la tua risposta? ....
....

**Puoi copiare la figura EFGH, ritagliarla ed eseguire manualmente le rotazioni richieste*.

Matematica in casa

SCHEDA 50

1) La figura 1 è una pianta della stanza di Luca. Il pavimento ha la forma di un rettangolo, i cui lati misurano 4 m e 3,5 m.
- Che numero intero devi sostituire ai puntini per indicare la scala in cui è stata tracciata la pianta?
Scala: **1 :** ..... - Perché? ....
- Quali sono le misure reali del letto di Luca e della larghezza della finestra? ....
....

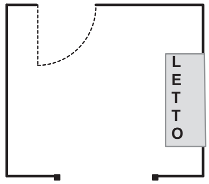


Figura 1

- Nella stanza si metteranno una libreria (alta 2 m, lunga 3 m e profonda 40 cm) e un tavolo rettangolare, i cui lati misurano 1 m e 1,5 m. Disegna, in figura 1, la libreria e il tavolo, rispettando la scala della pianta.
- Se la scala adottata fosse 1:100, <u>nella pianta</u>, quanto sarebbero lunghi i lati della stanza? Perché? ....

2) Si vuole ricavare una stanza nel sottotetto della casa, di cui c'è uno schizzo in figura 2. La casa è a pianta quadrata, con il lato di base lungo 8 m. Si costruiranno, nel sottotetto, due pareti alte 1,5 m, parallele ai muri laterali della casa. Tali pareti sono rappresentate da due segmenti.

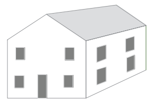


Figura 2

in grassetto nella figura 3, che rappresenta la facciata della casa. Nella figura, sono indicate alcune misure dell'edificio.

- <u>Controlla</u> con il righello millimetrato se la figura 3 è una rappresentazione corretta, <u>in scala</u>, di <u>tutte</u> le misure indicate. Scrivi il tuo giudizio e giustificalo.

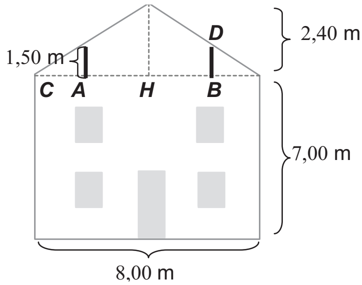


Figura 3

....
....

-<u>Disegna</u>, <u>in scala</u> (fig. 4), la facciata dell'abitazione. Usa le medesime lettere.
- <u>Nella casa reale,</u> a quanti metri dal punto *C* si deve porre il punto *A*?
<u>Rispondiamo insieme a questa parte del problema.</u>
In figura 3, quale segmento rappresenta la distanza da calcolare? ....
Vedi due triangoli simili, uno dei quali abbia quel segmento tra i suoi lati? Perché? ....
....

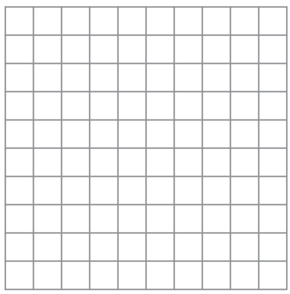


Figura 4

Perciò, puoi scrivere la proporzione: .... e, quindi, la distanza tra il punto A e il punto C sarà ....
– Qual è l'area del pavimento della stanza ricavata nel sottotetto?
....

5c. Note sulle schede di lavoro, da 46 a 50

SCHEDA 46

Il tesoro è nella cassetta sulla quale Paolo siede all'inizio del gioco.
Gli obiettivi di questa scheda sono:
- rappresentare traslazioni, una simmetria centrale e una simmetria assiale;
- risolvere problemi con frazioni (*durante la sperimentazione alla quale si fa riferimento in questo volume, si è verificato che, all'inizio della terza classe della scuola secondaria di primo grado, soltanto il 60% degli alunni sa calcolare* $^{m}/_{n}$ *di una grandezza geometrica*);
- applicare il teorema di Pitagora;
- calcolare l'area di una figura composta (*si possono contare i quadretti, ma il procedimento risolutivo è più rapido, e interessante, se il poligono tracciato si scompone in due opportuni poligoni.*);
- approssimare un numero per arrotondamento, con precisione assegnata (sono richieste due approssimazioni, una è per difetto l'altra è per eccesso).

SCHEDA 47

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- riconoscere, date due figure piane, la trasformazione isometrica che muta l'una nell'altra e gli elementi caratteristici di tale trasformazione.

Utilizzando un software di geometria dinamica, si potrebbe facilitare la costruzione d'immagini mentali, mostrando, in successione, trasformazioni diverse di una stessa figura (fig. 1).
La quadrettatura non è necessaria, ma aiuta ad orientarsi nel piano.
L'individuazione del centro della rotazione che (Quesito 2) trasforma la figura *X* nella figura *Z*, può essere abbastanza facile, qualora si osservi la rotazione del segmento che ha un estremo nel punto *A.*

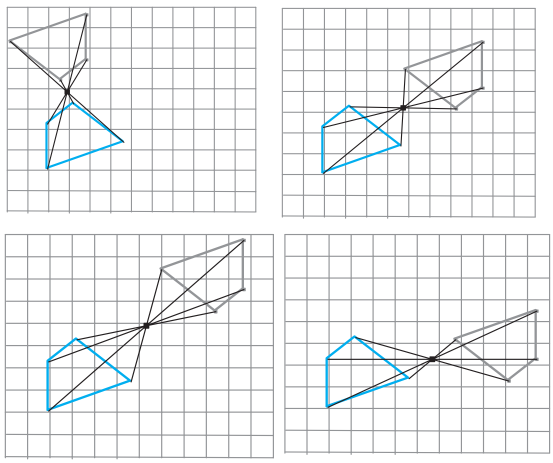


Figura 1

SCHEDA 48

Gli obiettivi di questa scheda sono:

- riconoscere trasformazioni isometriche (simmetria centrale o rotazione, simmetria assiale);
- riconoscere figure direttamente e inversamente congruenti;
- giustificare affermazioni.

Nel corso della sperimentazione alla quale si fa riferimento in questo quaderno, si è notato che circa tre quarti degli alunni costruiscono figure direttamente o inversamente congruenti ad una figura assegnata, ma oltre la metà degli allievi lo fa perché ricorda che una certa trasformazione genera una congruenza di un certo tipo, ma non sa motivare la propria risposta, utilizzando la definizione di figure direttamente, o inversamente, congruenti.

SCHEDA 49

Gli obiettivi di questa scheda sono:

- eseguire trasformazioni isometriche nel piano;
- individuare coordinate di punti nel piano cartesiano, con particolare riferimento a punti posti sugli assi coordinati;
- comprendere le variazioni di coordinate indotte dalle simmetrie rispetto agli assi coordinati e rispetto all'origine;
- riconoscere trasformazioni isometriche.

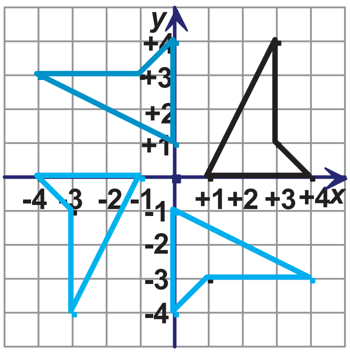


Figura 1

La scheda può essere eseguita con l'ausilio di un software geometrico (figura 1), che offre la possibilità di eseguire la seconda parte in modo più rapido, e interessante, purché gli studenti siano abbastanza abili ad eseguire una rotazione.

Questa scheda può essere proposta in modo interattivo se l''insegnante chiede, ad esempio, in quale quadrante si collocherà la trasformata di una figura o quali saranno i segni delle coordinate dei vertici. Se il docente esegue le trasformazioni richieste con un software geometrico e proietta su uno schermo, in successione, le figure ottenute, colorate con colori diversi, gli alunni possono verificare subito la correttezza delle loro affermazioni e dei poligoni che hanno costruito.

SCHEDA 50

Questa scheda ha come obiettivo generale l'applicazione della similitudine alle rappresentazioni in scala.

Gli obiettivi specifici sono:

-individuare un rapporto di similitudine, ricavandolo da una rappresentazione in scala;
- individuare le dimensioni reali di un oggetto, a partire da una rappresentazione in scala;
- comprendere come varia la rappresentazione in scala di un oggetto al variare del rapporto di scala utilizzato;
- comprendere che le rappresentazioni in scala di una figura piana sono regolate dalle leggi della similitudine;
- risolvere un problema concreto, applicando le proprietà della similitudine;
- costruire un'immagine mentale di un oggetto, senza disegnarlo.

L'altezza della libreria, quesito 1, è un dato in più, che non si utilizza per completare la planimetria della stanza.

Il quesito 2 non è facile: è necessario individuare due triangoli simili (per questo sono dati alcuni suggerimenti) e immaginare la forma della stanza nel sottotetto.

5d. La Prima Prova di verifica e i suoi obiettivi

Questa prova scritta riguarda argomenti che molti docenti trattano nel secondo quadrimestre della seconda classe. L'esperienza didattica ha mostrato che è opportuno ripeterli, e approfondirli, all'inizio del terzo anno, utilizzando anche alcune schede di lavoro dell'Unità 4.
Il quesito numero quattro è analogo ad altri presenti in prove di anni precedenti. Esso consente di confrontare i risultati ottenuti dagli alunni nella risoluzione di problemi che risultano difficili all'inizio della scuola secondaria di primo grado.
Nella tabella 1 sono indicate le percentuali di risposte corrette fornite ad alcuni quesiti riguardanti relazioni fra segmenti.

Anno scolastico	**Classe prima, prova d'ingresso**	**Classe seconda, prima prova**	**Classe terza, prima prova**
	Q11: se un segmento AB è 3/5 di un segmento CD e misura 6 cm, determinare la misura di CD	Dati il rapporto fra due segmenti e la misura della loro somma, determinare le misure dei due segmenti	
2004/2005	17%	57%	//
2005/2006	21%	57%	59%
2006/2007	21%	63%	56%

Tabella 1

Il docenti che hanno partecipato alle discussioni sui risultati delle prove di verifica somministrate ai loro allievi hanno osservato che forse il quesito 11 è risultato così difficile per gli alunni del primo anno perché richiede un'"operazione inversa", rispetto a quella più consueta della determinazione di una parte assegnata di una quantità.
Relativamente ai problemi riguardanti numeri od oggetti, di cui sono noti il rapporto reciproco e la somma, poiché le differenze fra i risultati conseguiti nelle singole classi sono piccole, si è pensato che forse è stata sottovalutata la difficoltà del ragionamento richiesto e che è opportuno, soprattutto durante il primo anno, "costruire" le soluzioni con modelli materiali.

PRIMA PROVA DI VERIFICA DI GEOMETRIA,

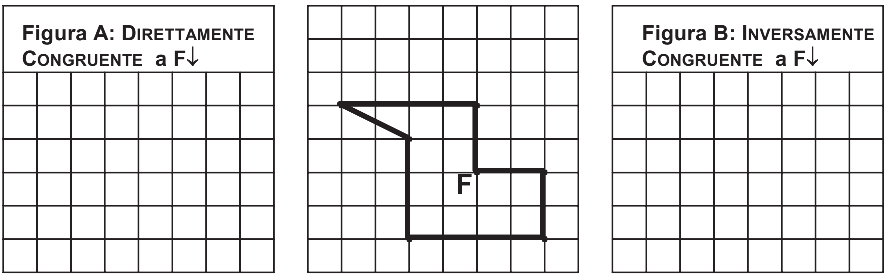
Terza classe della scuola secondaria di primo grado
Anno scolastico .... data..........................

NOME E COGNOME ………..………………….........…… CLASSE …………

È consentito l'uso di tavole numeriche, righello, squadra, compasso, ma <u>non</u> della calcolatrice.
Tempo disponibile per completare la prova: 110 minuti . CL3_pr1

QUESITI

1) Disegna una figura direttamente congruente ed una inversamente congruente alla figura F. Motiva le tue costruzioni.



La figura A è ……………......… **congruente alla figura F perché** ………….…
……………………………………………………………………………………

La figura B è ……..……………**congruente alla figura F perché** ………….…
……………………………………………………………………………………

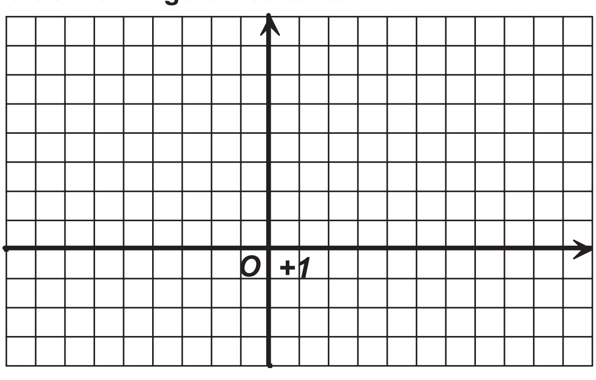
2) Dopo aver disegnato sul piano cartesiano il triangolo che ha i vertici nei punti

A (+1, +3); B (+3. +3); C (+3,+6),

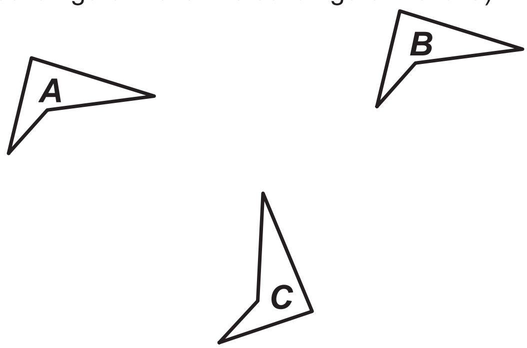
a) disegna il triangolo che ottieni applicando al triangolo ABC una rotazione in senso orario, con centro nel punto P (+3; +1) e angolo di 90°;
b) scrivi le coordinate dei vertici della figura risultante.

Le coordinate dei vertici della figura ottenuta con la rotazione sono:

……………………..……….
……………….……………
……………………………..
…..…………………………..
…...................................



3) Riconosci quale tipo di isometria ti permette di passare da una figura all'altra. (Se lo ritieni utile, puoi disegnare su questo foglio le costruzioni con cui potresti passare dalla figura A alla B e dalla figura A alla C).



Dalla figura A alla figura B: ……………………………………………………………
perché …………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
Dalla figura A alla figura C: ……………………………………………………………
perché …………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

4) Un trapezio è equivalente ad un rombo, avente le diagonali lunghe 24 m e 12 m. La somma delle basi del trapezio è 18 m e una base è $\frac{1}{2}$ dell' altra. Calcola le misure delle due basi e dell'altezza del trapezio.

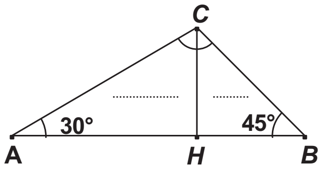
Quali sono i dati del problema? Elencali. ……………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
Risoluzione ……………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

5) Considera il triangolo *ABC*, la cui altezza *CH* misura 5 cm.

a)Determina le misure degli angoli $A\hat{C}H$ e $B\hat{C}H$ e scrivile sulla figura a lato.

b) Dopo avere osservato attentamente la figura, calcola la lunghezza dei lati *BC* e *AC*.

c) Calcola l'area del triangolo *ABC*.



Procedimenti e risposte

a) ....

....

b) ....

....

c) ....

....

....

....

6) Calcola l'area di un trapezio, sapendo che le sue basi misurano, rispettivamente, 4 cm e 6 cm e che la sua altezza misura 3 cm.

Procedimento..

....

....

Risposta ....

7) Leggi attentamente i seguenti dati e rispondi alle domande poste.

"In due triangoli simili, *ABC* e *A'B'C'*, il rapporto fra i lati corrispondenti *AB* e *A'B'* è *A'B'*/ *AB* = 3/2. I lati di *ABC* misurano 18 cm, 24 cm e 36 cm".

a) Come sono i lati triangolo *A'B'C'*? Indica con una crocetta la risposta corretta.

a_1) Più lunghi di quelli del triangolo *ABC*. □

a_2) Più corti di quelli del triangolo *ABC.* □

a_3) Di lunghezza uguale a quella dei lati del triangolo *ABC.* □

b) Qual è il dato che ti permette di rispondere senza effettuare calcoli?

Risposta ....

8) Disegna un rettangolo con i lati lunghi 3 cm e 2 cm. Prolunga il lato maggiore di 1,5 cm. Se vuoi ottenere un rettangolo simile al primo, di quanto devi prolungare il lato minore?

Calcoli ....

....

....

....

....

....

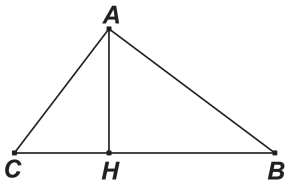
9) Completa la seguente frase.

Due poligoni si dicono simili quando ……………………..……………………..……

…………………………..……………………………………………………….…………

…..……………………………………………………………..……………….……

10) Considera il triangolo *ABC* rettangolo in *A*. Utilizzando le informazioni fornite a destra del disegno, calcola la misura dell'altezza *AH* e l'area di *ABC*.



$\overline{CH}$ **= 9 cm**

$\overline{HB}$ **= 16 cm**

Calcolo dell'altezza ……………..........………………………………………….…

…………………………………...........………………….……………………………...

Calcolo dell'area ……..…………..................………………………………………...

…………………………………………………………………………...………………

11) Hai le seguenti informazioni sulle misure degli angoli di due triangoli ABC e MNP :

$C\hat{A}B$ **= 45°;** $A\hat{B}C$ **= 57°;** $P\hat{M}N$ **= 78°;** $M\hat{N}P$ **= 45°**

I due triangoli sono simili? Indica con una crocetta la risposta corretta e giustifica la tua risposta. **SI** **NO**

Giustificazione della risposta …………………....……………………….…………

…………………………………………………………….…………...………………

…………………………………………………………….…………...………………

…………………………………………………………….…………...………………

…………………………………………………………….…………...………………

12) Due poligoni, *ABCDE* e *A'B'C'D'E'*, sono simili. Il rapporto fra due lati corrispondenti *AB* e *A'B'* è *A'B'*/ *AB* = 1/3. Sapendo che l'area del poligono *ABCDE* misura 18 cm^2, calcola l'area di *A'B'C'D'E'.*

Procedimento ………………………...…………………………………….…………

…………………………………………………………….…………...………………

…………………………………………………………….…………...………………

Risposta ………….......……………………………………...………….…………...

13) Due triangoli isosceli hanno l'angolo alla base di 34°. E' sufficiente questo dato per affermare che i due triangoli sono simili? Indica con una crocetta la risposta corretta e motiva la tua risposta. **SI** **NO**

Giustificazione della risposta …...………

…………………………..………………………...

…………………………………………………………….…………...………………

CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA
CL3_pr1 anno .... mese ....

CONTENUTI

NUMERI QUESITI / CONTENUTI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
- Segmenti: multipli e sottomultipli	SEGMENTI													
- Triangoli: proprietà	TRIANGOLI					a								
- Triangoli particolari						b								
- Trasformazioni isometriche nel piano	TRASF0RMAZIONI GEOMETRICHE		a											
- Piano cartesiano	PIANO CARTESIANO													
- Area poligoni	POLIGONI					c								
- Similitudini	SIMILITUDINI													
- Teoremi di Euclide														
	AREE TEMATICHE →	ISOMETRIE			PERIMETRI__ AREE			SIMILITUDINI						

Tabella 1

ABILITÀ

NUMERI QUESITI / ABILITÀ		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
-Comprendere definizioni, enunciati, proprietà	COMPRENDERE					a, b:AC		a						
- Fornire definizioni, enunciati di teoremi	COMUNICARE													
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici) per consegna	COSTRUIRE VISUALIZZAZIONI													
- Costruire trasformazioni geometriche														
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici….) spontaneamente														
- Giustificare affermazioni anche con semplici ragionamenti	ARGOMENTARE													
- Risolvere un problema , che richiede soltanto un'operazione o l'applicazione di una formula	RISOLVERE E PORSI PROBLEMI													
- Risolvere un problema che richiede due operazioni						b:BC					alt, area			
- Risolvere un problema che richiede tre o più di tre operazioni					alt	c								
- Risolvere un problema che richieda l'uso di frazioni	PORRE IN RELAZIONE													
Esplicitare le unità di misura utilizzate	MISURARE													
Eseguire correttamente calcoli aritmetici in un processo risolutivo														
- Correttezza linguistica														

Tabella 2

Q5: Dagli esiti delle prove di verifica somministrate, sembra che circa la metà degli alunni non abbia compreso le relazioni tra i lati dei triangoli rettangoli con angoli di 30°, 60° 45°.

5e. Schede di lavoro, da 51 a 60

parole e parole

SCHEDA 51

Confronta il significato, o i significati, che i termini “segmento, angolo, settore, arco, corona” possono assumere nel linguaggio ordinario, con quelli che hanno in matematica, completando questa tabella.

Utilizzando la parola in alto, a sinistra, scrivi una frase d’argomento non matematico. *Puoi consultare un dizionario.*	Significati in matematica e rappresentazioni grafiche	
	Significato	Rappresentazione grafica
<u>Angolo</u>	Angolo al centro	
	Angolo alla circonferenza	
<u>Arco</u>	Arco (di circonferenza)	
<u>Settore</u>	Settore circolare	
<u>Segmento</u>	Segmento circolare	
<u>Corona</u>	Corona circolare	

Disegni per capire

SCHEDA 52

1a) Traccia la circonferenza che passa per i vertici del triangolo *ABC.* (fig. 1**)**. Per determinare il centro di tale circonferenza, devi tracciare...........................
....,
perché ....
....
....

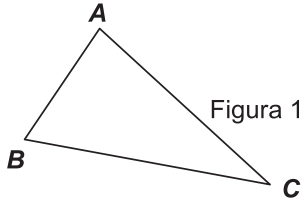


Figura 1

1b) Il centro della circonferenza tracciata, è interno o esterno al triangolo *ABC*?
....

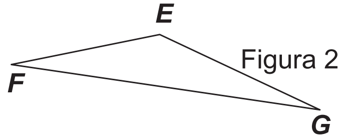


Figura 2

2a) Traccia la circonferenza che passa per gli estremi dei segmenti *EG* e *FG* (fig. 2).

2b) Il centro di tale circonferenza è interno o esterno al triangolo *EFG*?
....

3) Nella figura 3, sono tracciati alcuni archi. Con squadra e compasso, individua quelli che non sono archi di circonferenza.

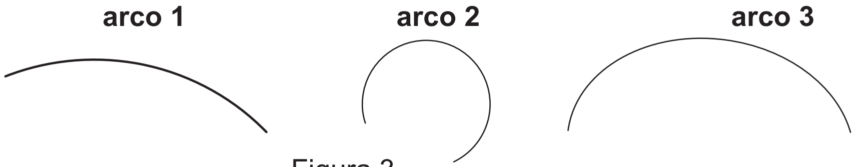


Figura 3

Come procedi per rispondere al quesito? ....
....
....
Risposta e giustificazione della risposta ....
....
....

4) Si sta tracciando la pianta di un giardino, in cui c'è una piccola fontana (figura 4).
Il tubo rettilineo, che unisce la fontana con il rubinetto posto a terra, alla fine della parete, misura 10 m; quello che unisce la fontana con il contatore, è lungo 6 m. Segna, in figura 4, la posizione della fontana
Come hai fatto? ....
....
....

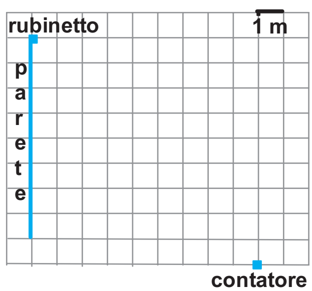
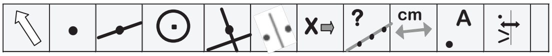


Figura 4

Una scheda per pensare

SCHEDA 53

Angoli alla circonferenza e angoli al centro: <u>lavoriamo con Cabri.</u>



1 3 3 4 5 6 7 8 9 10 11

1) <u>Puntatore sul bottone 4,</u> **Circonferenza,**→ puntatore sul punto dove vogliamo porre il centro → spostando la matita, decidiamo la lunghezza del raggio.
2) <u>Puntatore sul bottone 3</u>, puntatore su **Semiretta** → puntatore sulla circonferenza, per fissare l'origine della semiretta → spostando la matita, decidiamo il punto d'intersezione *(A)* fra la semiretta e la circonferenza.
3) Puntatore sul bottone 3, puntatore su **Semiretta,** → puntatore sull'origine della semiretta appena tracciata → spostando la matita, fissiamo il punto d'intersezione (*B*)fra la seconda semiretta e la circonferenza.
4) <u>Puntatore sul bottone 3,</u> puntatore su **Semiretta,** → puntatore sul centro della circonferenza, → spostando la matita, facciamo passare la semiretta per il punto *A*; ripetiamo la procedura e facciamo passare la nuova semiretta per il punto *B*.
Hai ottenuto un'immagine che rappresenta un angolo alla .... (*AVB*) e un angolo al .... (*AOB*), che insistono sullo stesso arco.

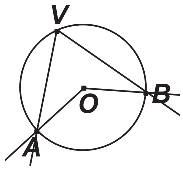


Figura 1

5) <u>Puntatore sul bottone 9,</u> puntatore su **Misura dell'angolo,** → puntatore, nell'ordine, sui punti *A*, *V*, *B* → sul disegno, si legge la misura dell'angolo *AVB*, in gradi e decimi di grado; ripetere la procedura per leggere la misura dell'angolo *AOB*.
Scrivi la misura dell'angolo *AOB* nella prima colonna della tabella. - **Sposta quattro volte il punto *V*** e scrivi nella tabella le misure dell'angolo *AVB* trovate.
- **Sposta il punto *B* sulla circonferenza.** Scrivi la nuova misura dell'angolo *AOB* nella tabella.
- **Sposta quattro volte il punto *V*** e riporta nella tabella le quattro nuove misure dell'angolo *AVB.*

Misure di $\hat{AOB}$	Misure di $A\hat{V}B$	$A\hat{O}B \,/\, A\hat{V}B$
....		
Dopo aver spostato B		
....		

a) Che relazione ci potrebbe essere fra un angolo al centro e gli angoli alla circonferenza di che insistono sullo stesso arco?
L'angolo al centro è...
....
Puoi compiere altre verifiche delle tua congettura, spostando i punti. In particolare osserva cosa avviene quando l'angolo al centro misura 180°.
Attenzione! Finora hai verificato una congettura, ma non l'hai dimostrata. Cerca la dimostrazione nel tuo manuale.

Disegni per capire

SCHEDA 54

1) L'angolo $A\hat{H}C$, figura 1, misura 57° 24'.

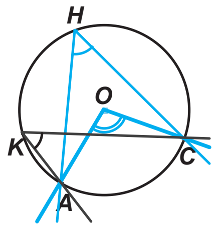


Figura 1

1a. Qual è la misura dell'angolo ottuso $A\hat{O}C$?......... ...
Perché? ....

1b. Qual è la misura dell'angolo $A\hat{K}C$? ....
Perché? ....
....

1c. Nelle seguenti uguaglianze, sostituisci ai puntini il numero opportuno:

$A\hat{H}C = \ldots\ldots \times A\hat{O}C$; $.A\hat{O}C = \ldots\ldots \times A\hat{H}C$;

1d. Qual è la misura dell'angolo $A\hat{H}C$ in gradi e decimi di grado? ....
....

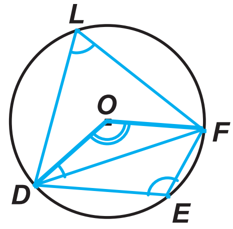


Figura 2

2) L'angolo $D\hat{L}F$ (fig. 2) misura 72°.

2a. Scrivi, sulla figura 2, la misura dell'angolo ottuso $D\hat{O}F$. $D\hat{O}F =$ ....

2b. Qual è la misura dell'angolo $O\hat{D}F =$? $O\hat{D}F =$ ....
Perché? ....
....

2c. Segna con un arco, sulla figura 2, l'angolo al centro corrispondente all'angolo ottuso $D\hat{E}F$ e calcola la sua misura. ....
....

2d. Calcola ora la misura dell'angolo $D\hat{E}F$. $D\hat{E}F =$ ....

2e. Calcola: $D\hat{L}F + D\hat{E}F =$ ....

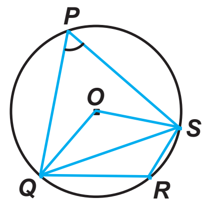


Figura 3

3) Nel quadrilatero *PQRS*, l'angolo $Q\hat{P}S$ misura 60°.

3a. L'angolo $Q\hat{O}S$, ottuso, misura .... L'angolo $Q\hat{R}S$ misura ...., perché il suo angolo al centro misura ....

3b. Nel triangolo *QRS*, l'angolo $Q\hat{S}R$ è il doppio di $S\hat{Q}R$.
Determina la misura di $Q\hat{S}R$ e di $S\hat{Q}R$

$Q\hat{S}R =$ .... $S\hat{Q}R =$ ....

3c. Poiché $QP \cong PS$, *gli angoli* $P\hat{Q}S$ e $P\hat{S}R$ misurano entrambi ....
Pertanto, $P\hat{S}R =$ ....; $P\hat{Q}R =$ ....

1) La lunghezza di un viale è stata misurata con un nastro, avvolto attorno a un rocchetto (fig. 1), il cui diametro misura 80 cm. Il nastro necessario è stato svolto compiendo otto rotazioni complete del rocchetto, attorno al suo centro. Quanto è lungo il viale? Esprimi il risultato in metri, approssimando al decimo.

Procedimento ....
....
....

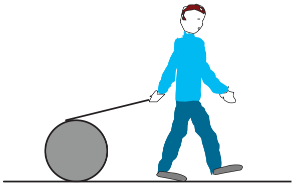


Figura 1

2) In un albergo termale ci sono due piscine a base circolare, con il raggio, rispettivamente, di 4 m e di 8 m (fig. 2). Lungo il bordo di ogni piscina c'è un tubo colorato, al quale i bagnanti si possono afferrare. Si allargano le piscine, aumentando di 2 metri il raggio di ciascuna.

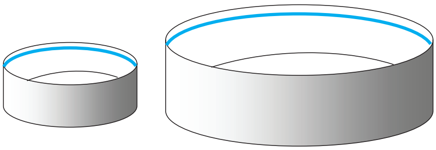


Figura 2

Guarda il disegno: pensi che il pezzo di tubo <u>da aggiungere</u> al tubo della piscina più piccola sia più corto, più lungo o uguale a quello da aggiungere al tubo della piscina più grande? ....

Verifica la tua stima, calcolando quanti metri di tubo bisogna aggiungere al tubo della piscina più piccola e quanti a quello dell'altra.

Procedimento ....
....
....
....
....

Questo risultato concorda con la risposta che hai dato prima? Perché?
....
....

3) Una rotonda stradale circolare ha al centro un'aiuola circolare, avente un raggio di 16 m (fig. 3). Il nastro stradale, che circonda l'aiuola, è largo 10 m.

3a. Osserva il disegno: l'area dell'aiuola ti sembra maggiore, minore o uguale dell'area della parte di rotonda asfaltata? ....

3b. Calcola le due aree.
....
....

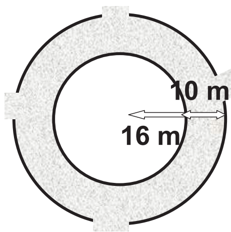


Figura 3

....
La tua stima era corretta? ....

Matematica attorno a noi

SCHEDA 56

1) Un paravento aperto è formato da tre pareti uguali. In ogni parete si individuano un quadrato di lato **2*a***, un semicerchio di raggio ***a*** e due semicerchi (fig.1) più piccoli. Descrivi a parole come si calcola l'area del paravento.

....
....
....

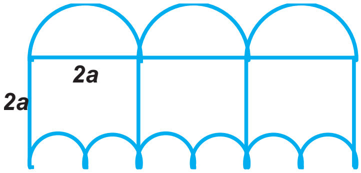


Figura 1

- Scrivi un' espressione letterale, nella lettera ***a***, che permetta di calcolare l'area del paravento e riducila ai minimi termini.

....
....

- Calcola, con la tua formula, l'area del paravento, se ***a*** misura 0,5 m.

....
....

2) Una fabbrica di laterizi produce fontane su misura. La figura 2 rappresenta la pianta di una delle fontane.
2a. Descrivi con parole tue come si calcolano il perimetro e l'area della fontana

....
....
....
....
....

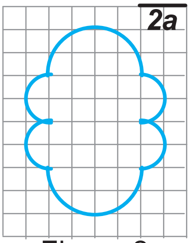


Figura 2

2b Scrivi e riduci ai minimi termini un'espressione letterale, nella lettera ***a***, per calcolare:
- il perimetro della fontana,

....
....

- l'area della fontana.

....
....

2c. Calcola, con le tue formule, il perimetro e l'area della fontana, se il modulo ***a*** misura 2 metri.
Perimetro =...
....
Area = ...
....

2d. Stima, contando i quadretti in figura 2, l'area della fontana e confronta l'area stimata con l'area calcolata. Che differenze ci sono? Perché? ....

Una scheda per pensare

SCHEDA 57

1a) Un parallelogrammo, che non sia un rettangolo, non si può inscrivere in una circonferenza. Perché?
....

1b) Un rettangolo si può inscrivere in una circonferenza. Perché?...

1c) Il centro della circonferenza circoscritta a un rettangolo coincide con il punto in cui s'incontrano ....

perché..
Perciò, il raggio di tale circonferenza misura .... di una diagonale del rettangolo.

1d) Un trapezio isoscele si può inscrivere in una circonferenza. Perché? ....

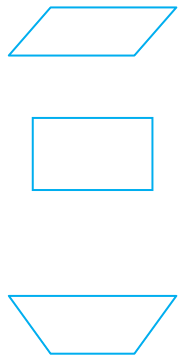


Figura 1

....

2) Il quadrilatero *ABCD* è inscritto in una circonferenza di centro *O* (figura 2). Il punto *P* è un punto qualunque del segmento *CD*. Il segmento *PQ* è parallelo al segmento *DA*. Anche il quadrilatero *BCPQ* si può inscrivere in una circonferenza. Perché? Nota *
....
....
....

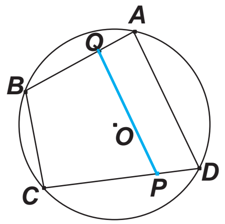


Figura 2

Cosa devi tracciare per determinare il centro *O'*, della circonferenza circoscritta a *BCPQ*? Segna *O'*.
....
....

3) Un triangolo rettangolo si può inscrivere in una circonferenza, che ha come centro il punto medio dell'ipotenusa.
Nel triangolo rettangolo *ABC*, i segmenti *BH* e *HC* sono le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa e misurano 14 cm e 2 cm. Calcola l'area del triangolo, senza applicare nessun teorema di Euclide Nota **.

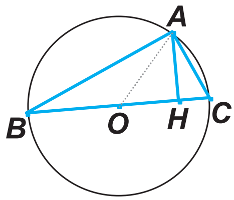


Figura 3

Procedimento ....
....
....
....
....

**Gli angoli di BCPQ e quelli di ABCD sono.................. perché ....*

*** La misura del raggio della circonferenza si calcola, perché BC = ... Inoltre, OH = ...*

1) Traccia una circonferenza di centro *O*, il cui raggio misura 4 cm (fig. 1), e un triangolo equilatero *ABC*, inscritto in essa. Traccia l'altezza *CH*, relativa al lato *AB*.

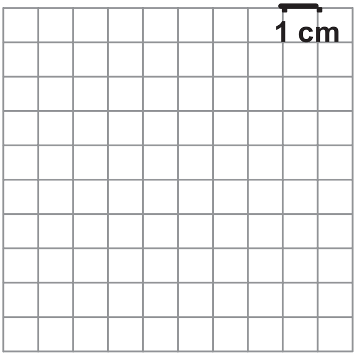


Figura 1

1a. Il segmento *CH* contiene il centro della circonferenza circoscritta al triangolo? Perché? ....

1b. Qual è la misura degli angoli $B\hat{C}H$ e $B\hat{A}O$? ....

Perché? ....

....

....

1c. Qual è la misura del segmento *OH*? Perché?

....

1d. Determina la misura del lato del triangolo *ABC*.

....

....

2) Sulla lavagna dell'aula di Sara si legge la risoluzione di un problema (fig. 2).

2a. Qual è l'obiettivo da raggiungere?

....

....

2b. Luca entra in classe e cerca di ricostruire il testo del problema, guardando le operazioni scritte alla lavagna. Scrivi il testo che formuleresti.

....

....

....

....

$AB = AC = CB$

Raggio $OC = 8$ cm

$BH = HC$

$OH = OC/2 = 4$ cm

$HC^2 = OC^2 - OH^2 = (64 - 8)$ cm^2

$HC = \sqrt{56 \text{ cm}^2} \approx 7{,}5$ cm

Perimetro $ABC = HC \times 3 = 22{,}5$ cm

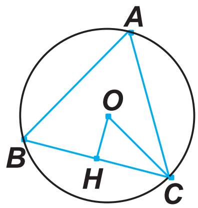


Figura 2

....

Il procedimento risolutivo scritto alla lavagna è corretto, o contiene qualche errore? Perché?

....

....

Da facile a difficile

SCHEDA 59

1a) Calcola l'area del quadrato di Figura 1, sapendo che il suo perimetro misura 40 cm.

....

....

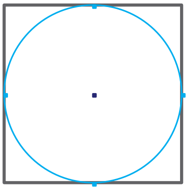


Figura 1

1b) Calcola la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio di figura 1, sapendo che esso è inscritto nel quadrato, il cui perimetro misura 40 cm.
Scrivi ordinatamente le operazioni che esegui.

....

....

....

....

1c) Determina la misura del contorno e l'area della parte bianca (figura 2), sapendo che il cerchio è inscritto nel quadrato e che il perimetro del quadrato misura 40 cm.
Scrivi con ordine le operazioni che esegui.

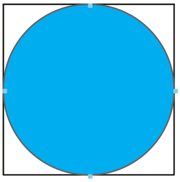


Figura 2

....

....

....

....

....

....

....

2a) Rispondi a queste domande:

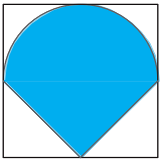


Figura 3

- Quali figure geometriche compongono la parte colorata della figura 3?

....

- Come si calcola l'area di ciascuna di esse ?

....

....

- Quali figure geometriche formano il contorno della parte colorata?

....

2b) Determina l'area e il contorno della figura colorata (figura 3), sapendo che il lato del quadrato in cui è inscritta misura 10 cm.

....

....

....

....

....

....

SCHEDA 60

1) Osserva la tabella 1 e la figura 1..

Dati del problema	*Misure da determinare*
Esagono regolare inscritto in una circonferenza	*Area dell'esagono*
Perimetro dell'esagono = 60 cm	*Area della parte chiara*

Tabella 1

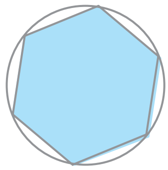


Figura 1

a) Scrivi il testo di un problema, con i dati della tabella 1.

....

....

....

b) Risolvi il problema di cui hai scritto il testo.

....

....

....

....

....

2) Osserva la figura 2. I lati del rettangolo che contiene la figura colorata sono uno doppio dell'altro e il minore di essi misura 5 cm. Determina, con una sola operazione, l'area della figura colorata.

....

....

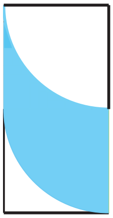


Figura 2

3) Quanti triangoli rettangoli aventi come ipotenusa il segmento *AB* puoi tracciare? Perché? Esemplifica la tua risposta. con un disegno (fig. 3).

....

Di essi, quali hanno la maggiore altezza relativa all'ipotenusa??

....

....

....

Se il segmento *AB* misura 4 cm, qual è l'area del triangolo rettangolo con la maggiore altezza relativa all'ipotenusa?

....

....

....

....

....

Figura 3

5f. Note sulle schede di lavoro, da 51 a 60.

SCHEDA 51

Questa scheda intende sollecitare l'attenzione al significato dei termini matematici, molti dei quali fanno parte del linguaggio ordinario, in cui possono assumere significati diversi, che si apprendono con l'uso. Invece, il senso dei termini matematici è regolato da definizioni. Consultando un dizionario, si evidenziano rapidamente accezioni diverse di uno stesso termine ("Ho cercato i miei occhiali in ogni angolo della casa", "Nel settore auto, le vendite sono in diminuzione","In Danimarca, la moneta in uso è la corona danese"...).
Gli esiti delle prove di verifica somministrate a quasi 500 alunni del terzo anno, di scuole diverse, hanno evidenziato che circa la metà di loro scrive, anche su circonferenza e cerchio, definizioni con significato errato. Molti alunni sembrano identificare l'angolo al centro con il settore circolare e qualcuno scambia il raggio con il diametro.

SCHEDA 52

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- costruire circonferenze passanti per tre punti non allineati e riflettere sulla posizione dei loro centri;
- comprendere che gli assi di tutte le corde di una circonferenza passano per il centro della circonferenza (Bisogna capire che, per decidere se un arco è un arco di circonferenza, sono necessari gli assi di tre corde);
- risolvere un problema graficamente, tracciando due archi di circonferenza aventi il centro, rispettivamente, sul contatore e sul rubinetto.

SCHEDA 53

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- formulare congetture;
- notare la differenza fra verifica e dimostrazione.

Lavorando con Cabri, si ottengono rapidamente le misure di molti angoli e quindi si facilita la formulazione delle congetture richieste.
Gli allievi che intendono denominare i punti possono seguire queste istruzioni: <u>Puntatore sul bottone 10</u>, puntatore su **Nomi** → puntatore sull'origine delle due semirette tracciate → nella casella che si apre, scriviamo il nome del vertice dell'angolo; - puntatore sul centro della circonferenza → chiamiamo *O* il centro della circonferenza; - puntatore su uno dei punti d'intersezione fra le semirette e la circonferenza → chiamiamo *A* questo punto; ripetiamo la procedura per denominare *B* l'altro punto d'intersezione semiretta - circonferenza.

S’invita a cercare la dimostrazione sul manuale, perché gli alunni, a cui sono dedicate queste schede, si stanno avvicinando alla scuola secondaria di secondo grado, dove è utile saper consultare i manuali.
Gli esiti delle prove di verifica hanno evidenziato che circa la metà degli allievi non ha compreso la relazione fra un angolo al centro e gli angoli alla circonferenza ad esso corrispondenti.

SCHEDA 54

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- facilitare la comprensione della proprietà riguardanti un angolo al centro e gli angoli alla circonferenza ad esso corrispondenti e applicarle;
- giustificare affermazioni;
- passare dalla misura di un angolo nel sistema sessagesimale a quella in gradi e decimi di grado;
- risolvere un problema con una relazione fra angoli.

Per risolvere il quesito **2c)** si calcola la misura di un angolo al centro concavo. Nel quesito **2d)** l’angolo alla circonferenza considerato è ottuso.
I risultati dei quesiti **2e)** e **3a)** possono offrire uno spunto per giustificare, ragionando, il fatto che gli angoli opposti di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono supplementari.

SCHEDA 55

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- risolvere problemi, riguardanti circonferenza e cerchio, riferibili a situazioni reali;
- formulare stime “a vista” e confrontarle con i risultati di calcoli;
- giustificare affermazioni;

SCHEDA. 56

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- risolvere problemi con figure geometriche composte, riferite ad un ambiente reale;
- descrivere a parole un procedimento risolutivo;
- formalizzare un procedimento risolutivo con un’espressione letterale;
-calcolare il valore di un’espressione letterale per un valore assegnato della lettera;
- stimare l’area di una figura geometrica e confrontarla con il risultato calcolato aritmeticamente.

SCHEDA 57

In questa scheda si chiede soprattutto di costruire ragionamenti. I quesiti sono a difficoltà crescente.
Gli obiettivi di questa scheda sono:

- giustificare l'inscrittibilità in una circonferenza di alcuni quadrilateri particolari, applicando le loro proprietà angolari (Quesito 1);
- dimostrare che un quadrilatero è inscrivibile in una circonferenza, applicando una proprietà delle rette parallele tagliate da una trasversale (Quesito 2, a piè di pagina c'è un suggerimento per risolverlo);
- costruire una circonferenza circoscritta ad un quadrilatero (Quesito 2);
- risolvere un problema, che di solito si risolve applicando un teorema di Euclide, ricorrendo ad una proprietà dei triangoli inscritti ad una circonferenza e il teorema di Pitagora (Quesito 3, a piè di pagina c'è un suggerimento per risolverlo). Se si risolve questo problema anche applicando il teorema di Euclide, si possono confrontare i due procedimenti risolutivi.

SCHEDA. 58

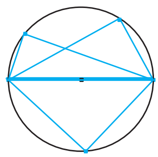
Questa scheda riguarda triangoli regolari. I suoi obiettivi principali sono:
- ripetere e approfondire le proprietà dei triangoli regolari;
- ricostruire il testo di un problema analizzando la procedura con cui si è cercato di risolverlo;
- analizzare un procedimento risolutivo.

SCHEDA 59

Questa scheda propone alcuni problemi riguardanti figure composte da poligoni, circonferenze e cerchi.
Al punto 1, si propongono tre problemi a difficoltà crescente, il secondo e il terzo dei quali si possono risolvere utilizzando il procedimento con cui si è risposto al quesito precedente. L'obiettivo è aiutare gli studenti a costruire procedure risolutive comprendenti la determinazione di dati intermedi, non forniti dal testo del problema.
Al punto 2, il testo del problema è preceduto da alcune domande, che intendono sollecitare l'allievo a riflettere sulle figure coinvolte.

SCHEDA 60

I quesiti di questa scheda mettono alla prova abilità diverse.
Il quesito 1 ha come obiettivi:
- formulare il testo di un problema, noti i dati iniziali e gli obiettivi da raggiungere;
- risolvere un problema riguardante poligoni regolari inscritti in una circonferenza;



Il problema 2 si risolve rapidamente se si pensa ad una traslazione (o ad un " copia incolla") e si calcola l'area di un quadrato, avente il lato lungo 5 cm
La prima parte del quesito 3 richiede un po' di fantasia e di ricordare che ogni triangolo rettangolo si può inscrivere in una circonferenza. Per risolvere il secondo quesito, bisogna ricordare che il triangolo da considerare è la metà di un quadrato.

5g. La Seconda Prova di verifica e i suoi obbiettivi

Questa prova scritta comprende 16 quesiti e può essere completata in due ore (anche di 55 minuti ciascuna). Essa riguarda soprattutto la circonferenza, il cerchio, i poligoni inscritti o circoscritti.
Nel quesito 2, si mettono in gioco le definizioni, tema sul quale il gruppo di ricerca si è confrontato più volte, perché, se ben comprese, esse, oltre che arricchire (e raffinare) il linguaggio specifico, forniscono riferimenti preziosi per l'attività matematica.
In tabella 1, sono riportati cenni di alcuni quesiti contenuti nelle prove di verifica e i risultati ottenuti da allievi, che sono entrati nella scuola secondaria di primo grado nel 2004 e ne sono usciti nel 2007.

Classe	Domanda	Percentuale di risposte semanticamente corrette	Numero alunni
Classe prima, prova 2	- Scrivi la definizione di "segmenti consecutivi".	32%	376
	- Scrivi la definizione di "angolo ".	28%	
Classe prima, prova 3	- Scrivi la definizione di" asse di un segmento".	445	320
	- Scrivi la definizione di "diagonale di un poligono".	35%	
Classe seconda, prova 2	Scrivi l'enunciato del teorema di Pitagora.	60%	400
Classe seconda, prova 3	Osserva i poligoni *ABCD* e *A'B'C'D'*. Scrivi cosa dovresti fare per verificare se sono simili.	36% (2006/2007)	370
Classe terza, prova 1	- Due poligoni si dicono simili quando	44%	250
Classe terza, prova 2	La circonferenza è ...	57%	234
	Il settore circolare è	47%	

Tabella 1

Negli incontri fra docenti è stato osservato che è opportuno"avvicinare" gli alunni alle definizioni, anche perché è importante, sollecitare l'attenzione al significato di ciò che si afferma o si ascolta. Alcune schede di lavoro di questo quaderno si propongono di sollecitare la riflessione, la comprensione e la scoperta del ruolo delle definizioni nella matematica.

SECONDA PROVA DI VERIFICA DI GEOMETRIA,

Terza classe della scuola secondaria di primo grado

Anno scolastico .... data.......................... C32_pr2

NOME E COGNOME ……………………………..............… CLASSE …………

È consentito l'uso di tavole numeriche, righello, squadra, compasso, ma <u>non</u> della calcolatrice. Tempo disponibile per completare la prova: 80 minuti.

QUESITI

1) Completa le seguenti frasi:

a) La circonferenza è ……………………………………………………........…………

………………………………………………………………………………………………….…

b) **Il cerchio è** ……………………………………………………………………...……

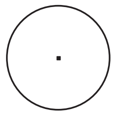
………………………………………………………………………………………………….…

c) **Il settore circolare è** ……………………………………………........……………

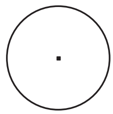
…………………………..…………………………………………………………….……….

2) Disegna:

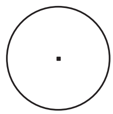
a) e **colora <u>in NERO</u> nella figura a destra,** un S**ETTORE CIRCOLARE;**



b) e **colora <u>in NERO</u>, nella figura a destra,** un **SEGMENTO CIRCOLARE A UNA BASE;**



c) nella figura a destra, un **ARCO DI CIRCONFERENZA di colore <u>ROSSO</u>.**



3) Osserva la figura 2 e rispondi alle seguenti domande:

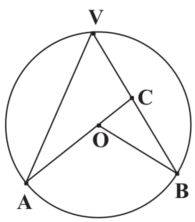


Figura 2

a) Come si chiamano tutti gli angoli che hanno il vertice nel punto O, come, ad esempio, l'angolo $A\hat{O}B$?

…………………………………………………………………………

b) Come si chiamano tutti gli angoli che hanno il vertice sul contorno del cerchio, come, ad esempio, $A\hat{V}B$?

………………………………………...

c) Completa la seguente uguaglianza: $A\hat{O}B$ = ... $A\hat{V}B$.

4) Osserva la figura 2. Sapendo che $A\hat{O}B$ = 110° e che $V\hat{A}C$ = $\frac{3}{11}$ $A\hat{O}B$,

calcola:

a) la misura dell'angolo $V\hat{A}C$ ……………………………...............……….

………………………………………………………………………………………………….…

b) la misura dell'angolo $V\hat{C}A$ ………………………………………….………………

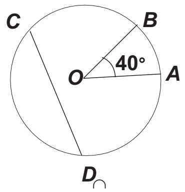
………………………………………………………….……………………………………….

5) <u>Leggi</u> con attenzione il seguente problema:

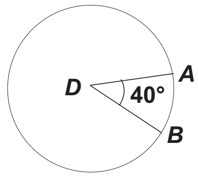
"Un parco giochi recintato è a forma di cerchio. Al suo centro c'è una piccola fontana. Lungo un arco che insiste su un angolo al centro di 40°, la recinzione del parco è costituita da una siepe <u>lunga</u> 12 metri. Qual è la lunghezza del viale che attraversa il parco, passando per la piccola fontana?"

Indica con una crocetta, tra i seguenti, il disegno che rappresenta il testo del problema che hai letto.

a1) ☐

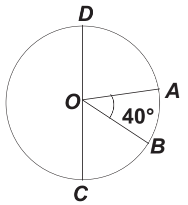


a2) ☐

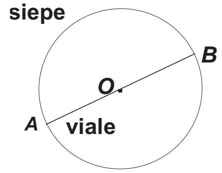


$A\hat{0}B$ **= 40°;** $\overset{\frown}{AB}$ **= siepe = 12 m,** $\overline{DC}$ **= viale**	$A\hat{D}B$ **= 40°** $\overset{\frown}{AB}$ **= siepe = 12 m,** $\overline{DB}$ **= viale**

a3 ☐



a4) ☐



$A\hat{0}B$ **= 40°;** $\overset{\frown}{AB}$ **= siepe = 12 m;** $\overline{DC}$ **= viale;**	$\overline{AB}$ **= viale** $\overset{\frown}{AB}$ **= siepe = 12 m;**

Figura 3

6) Completa la seguente figura tracciando le rette *a, b, c,* secondo indicazioni fornite:

«*a*» è una retta tangente alla circonferenza nel punto *A*;
«*b*» è una retta esterna alla circonferenza;
«*c*» è una retta secante la circonferenza nei punti *A* e *C*.

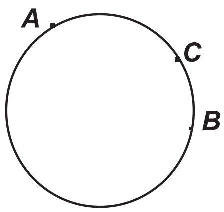


Figura 4

7) Osserva la seguente circonferenza di centro O e calcola le ampiezze angolari indicate, giustificando i risultati trovati.

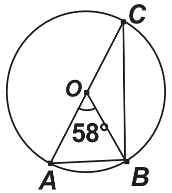


Figura 5

$0\hat{A}B$ **=** ………….. **perché** ……………………………………………
……………………………………………………………………………………
$A\hat{C}B$ **=** ……………… **perché** ……………………………………………
……………………………………………………………………………………
$A\hat{B}C$ … **=** ………… **perché** ……………………………………………
……………………………………………………………………………………

8) Disegna una circonferenza di centro *O* e un punto *P* esterno ad essa.

a) Per il punto *P*, esterno alla circonferenza, fai passare due rette tangenti alla circonferenza. Indica con *A* e *B* i punti di tangenza. Disegna, quindi, i segmenti *OA* e *OB*.

b) Rispondi poi alle seguenti domande:
b_1) Il triangolo *AOB* di che tipo è? Perché?……………………………………
………………………………………………………………………………………………
b_2) Il triangolo *OBP* di che tipo è? Perché? ……………………………………
………………………………………………………………………………………………
b_3) Il triangolo *BPA* di che tipo è? Perché? ……………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

9) Determina:

a) la misura del raggio di una circonferenza lunga 80π cm.
Procedimento……………………………………………………………………………
b) la misura del diametro di un cerchio avente l'area di 900π cm^2.
Procedimento ……………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
c) la misura dell'angolo al centro di un arco di circonferenza lungo 6π cm, che appartiene ad una circonferenza lunga 30π cm.

Procedimento……………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………

10) Pensa al numero ottenuto calcolando il rapporto tra la lunghezza di una circonferenza e quella del suo diametro.

a) Con quale lettera è indicato questo numero? Risposta ………………
b) Quante sono le cifre decimali di questo numero? Risposta ………………
c) Qual è il suo valore approssimato al decimo? Risposta ………………

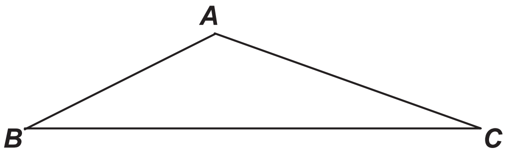
11. Disegna una circonferenza di centro *O* e raggio 3 cm. Costruisci due poligoni regolari di quattro lati, uno inscritto nella circonferenza e l'altro circoscritto ad essa.
a) Cosa rappresenta il raggio della circonferenza per il poligono che hai inscritto?
…………………………………………………………
b) Cosa rappresenta il raggio della circonferenza per il poligono che hai circoscritto?
…………………………………………………………
c) Quanto misura il lato del poligono circoscritto?
…………………………………………………………

12) Una corda lunga 8 cm, ha i suoi estremi *A* e *B* su una circonferenza di centro O e raggio *r* lungo 5 cm. ***Se lo ritieni utile, puoi fare un disegno.***
Calcola:
a) l'area del cerchio a cui la corda appartiene;

Procedimento
……………………………...........………………
…………………………..

b) il perimetro e l'area del triangolo *AOB*.
Procedimento
……………………….............…........……… ....
....
....
....
....
....
....

13) Osserva il triangolo *ABC*. È possibile inscriverlo in una circonferenza?



Se la tua risposta è <u>NO, giustificala</u>. Se la tua risposta è <u>SI, scrivi come puoi trovare il centro di questa circonferenza</u>.
……...............…………………………………………………………………………
……...............…………………………………………………………………………
……...............…………………………………………………………………………

14) Completa la seguente tabella, scrivendo "SI", "NO" o "NON SO" in ogni casella.

	... è <u>sempre inscrivibile</u> in una circonferenza?	**... è <u>sempre circoscrivibile</u> ad una circonferenza?**
14a) Un rettangolo ...		
14b) Un quadrato ...		
14c) Un rombo …		
14d) Un trapezio isoscele …		
14e) Un triangolo ...		

15) Dopo aver osservato la figura a destra e sapendo che il raggio di ciascun semicerchio misura 20 cm, calcola:

a) la misura del contorno della parte di colore grigio chiaro;

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

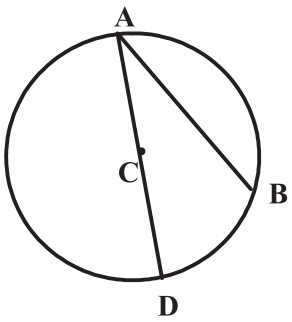
b) l'area della parte colorata in grigio scuro.

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

16. Osserva la figura e la tabella a destra:



Misure date	***Misure da determinare***
$\overline{AB}$ = 16 cm	***Lunghezza Circonferenza***
$\overline{AD}$ = 20 cm	***Area triangolo ABC***

a) Scrivi il testo di un problema corrispondente alla figura e alla tabella che hai osservato.

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

b) Risolvi il problema di cui hai scritto il testo.

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA
CL3_pr2 anno .... mese ....
CONTENUTI

NUMERI QUESITI / CONTENUTI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
- Circonferenza, cerchio,corde, segmenti circolari angoli al centro e alla circonferenza...: definizioni	**Circonferenza, Cerchio**			a,b					b1								
- Circonferenza, cerchio,corde, segmenti circolari angoli al centro e alla circonferenza…: proprietà				c				AB C									
- Circonferenza, cerchio,corde, segmenti circolari angoli al centro e alla circonferenza…: problemi					b												
- Rette tangenti e rette secanti									a,b 2b3								
- Lunghezza della circonferenza, Area del cerchio: definizioni, proprietà											a,b						
- Lunghezza della circonferenza, Area del cerchio: problemi													a				a,b
-Inscrivibilità e circoscrivibilità dei poligoni	**Poligoni inscritti, circoscritti**																
-Poligoni inscritti e poligoni circoscritti: lati, angoli																	
-Triangoli: angoli, area, teor. di Pitagora: problemi	**Triangoli**							OA B					b				b

Tabella 1

ABILITÀ

NUMERI QUESITI / ABILITÀ		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati	**COMPRENDERE**		a,b ,c	a,b							a						
-Comprendere definizioni, enunciati, proprietà				c			a,b ,c		a			a, b			a.b .c. d.e		
- Descrivere simboli, oggetti, termini											b						
- Interpretare visualizzazioni	**INTERPRETARE VISUALIZZAZIONI**																
- Dare definizioni di semplici oggetti matematici	**DESCRIVERE**	a,b ,c															
- Descrivere una procedura costruttiva																	
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici) per consegna	**VISUALIUZZARE PER CONSEGNA**						a,b ,c		a			di s					
'- Costruire visualizzazioni (figure, grafici) per scelta	**VISUALIUZZARE PER SCELTA**																
-Giustificare affermazioni	**ARGOMENTARE**							AB C	b1, b2, b3								
-Inventare un problema a condizioni date	**INVENTARE**																a
-Risolvere un problema , che richiede una operazione o l'applicazione d'una formula	**RISOLVERE PROBLEMI**				a					a		c	a				
-Risolvere un problema che richiede due operazioni								OA B		b							
-Risolvere un problema che richiede tre o più di tre operazioni					b					c			b			a,b	b
Risolvere un problema utilizzando le frazioni	**PORRE IN RELAZIONE**				a												
-Approssimare numeri con numero di cifre significative assegnato	**APPROSSIMARE**										c						

Tabella 2

UNITÀ 6: GEOMETRIA DELLO SPAZIO

6a. Contenuti e Abilità

<table>
<tr><td colspan="3">Classe Terza</td></tr>
<tr><td colspan="3">La corrispondenza tra argomenti e periodi può essere diversa da quella indicata in questa tabella. I contenuti e le abilità descritti in questa tabella sono coerenti con gli obiettivi delle prove di verifica proposte nel paragrafo 6d. Gli argomenti indicati in carattere corsivo non sono stati svolti da alcuni dei docenti che hanno partecipato alla sperimentazione.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Periodo: gennaio-febbraio</td></tr>
<tr><td>Conoscenze</td><td>Abilità</td><td>Note didattiche (attività, riflessioni, …)</td></tr>
<tr><td>- Nozioni di geometria dello spazio apprese nella scuola primaria o accennate negli anni precedenti.</td><td>-Individuare enti geometrici in una figura solida.
- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati.
- Conoscere alcune proprietà di enti geometrici nello spazio.</td><td>Attività ☺
- Osservare oggetti familiari (libri di testo, banchi, case, ...), indicare gli enti geometrici che si possono riconoscere in essi e qualche proprietà (appartenenza, parallelismo, perpendicolarità, ...)</td></tr>
<tr><td>- Piani, rette e angoli nello spazio;
diedri, angoloidi.</td><td>- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati.
-Comprendere definizioni, enunciati, proprietà.
-Rappresentare nel piano figure tridimensionali.
- Descrivere procedimenti costruttivi.
- Produrre congetture conseguenti ad osservazioni compiute in situazioni diverse.
-Costruire ragionamenti;
-riconoscere la differenza fra dimostrazioni e verifiche.</td><td>- Costruire modelli di figure tridimensionali, per evidenziare proprietà fondamentali:
- su un modello di piano (di legno, polistirolo o altro materiale), tracciare due rette incidenti e fissare sul loro punto d'intersezione una bacchetta posta perpendicolarmente al piano; muovere il modello nello spazio per costruire immagini mentali della perpendicolarità fra rette e piani, misurare gli angoli che la bacchetta forma con le due rette tracciate e con altre passanti per il punto d'intersezione, alcune delle quali non giacenti nel piano, per evidenziare che una retta perpendicolare ad un piano è perpendicolare a tutte e sole le rette del piano che passano per il suo punto d'intersezione con il piano (Schede 61a, 61b);
- con un modello di diedro (basta piegare un cartoncino e fissare l'ampiezza della sezione con un po' di polistirolo), notare che due semipiani con l'origine in comune individuano due diedri; evidenziare,</td></tr>
</table>

		tagliandolo opportunamente, che tutte le sezioni normali di un diedro sono congruenti fra loro.
- Poliedri: proprietà generali dei poliedri; - poliedri regolari; - prisma *(*in particolare prisma retto, regolare, parallelepipedo, parallelepipedo rettangolo, cubo). - Piramide (in particolare, retta e regolare). - Poliedri regolari.	- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati. - Comprendere definizioni, enunciati, proprietà; comprendere il ruolo delle definizioni. - Tracciare sviluppi piani di superfici parziali e totali. - Descrivere procedimenti costruttivi. - Costruire ragionamenti. - Risolvere problemi con gradi diversi di difficoltà. - Confrontare soluzioni diverse di uno stesso problema.	- Riconoscere prismi retti, regolari, parallelepipedi, parallelepipedi rettangoli e comprendere le proprietà specifiche (**Scheda 61b**); - costruire modelli di poliedri per evidenziare le loro proprietà (ad esempio, usando cartoncino o materiali trasparenti e cordoncini colorati, oppure i regoli) o per verificare la relazione di Eulero; - costruire modelli in pongo, o altri materiali plasmabili, per visualizzare qualche sezione piana di un solido oppure, ad esempio, prismi non retti. - Rappresentare sviluppi piani di superfici di oggetti tridimensionali (**Scheda 62**); - rappresentare le proiezioni ortogonali di figure solide composte rispetto a due piani mutuamente ortogonali (*piante* e *prospetti*) e riconoscere, dalle proiezioni, le figure proiettate: rilevare gli elementi geometrici rimasti invariati nelle proiezioni. - Riconoscere piramidi rette, regolari, e comprendere le loro proprietà specifiche (**Scheda 63a**). - Risolvere problemi, che richiedono soltanto l'applicazione di una formula; - risolvere problemi applicando nozioni di geometria piana e di aritmetica (multipli, submultipli, frazioni); - risolvere problemi che richiedono due, o più di due operazioni e la determinazione di dati non forniti dal testo del problema. - Confrontare criticamente eventuali procedimenti risolutivi diversi di uno stesso problema.
	Periodo: febbraio-aprile	
- Solidi equivalenti; - volumi e aree di superfici di poliedri;	- Comprendere le formule per il calcolo di volumi e di aree delle superfici di poliedri. -Riconoscere la differenza fra dimostrare e	**Attività** ☺ - Verificare le formule con esempi concreti, ad esempio confrontando i volumi di liquidi contenuti in recipienti di forma diversa o cavi (notare che così si eseguono verifiche, non dimostrazioni).

	verificare. - Risolvere problemi, anche riferiti a solidi composti e cavi (non complicati).	- Risolvere problemi che richiedono la costruzione di semplici ragionamenti (**Scheda 63b**).
Solidi di rotazione; - cono, *tronco di cono*, cilindro: proprietà; - volumi e aree delle superfici di solidi di rotazione.	- Comprendere ed enunciare definizioni e proprietà. - descrivere simboli, oggetti, termini. - riconoscere solidi elementari, composti, cavi descritti da rotazioni. - Utilizzare simboli o formule per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità. - Descrivere un procedimento costruttivo -Giustificare affermazioni. - Costruire ragionamenti. - rappresentare nel piano figure solide descritte con rotazioni.	-Riconoscere solidi di rotazione in oggetti reali; - costruire i solidi di rotazione con la carta; - riflettere sul significato del termine “diagonale” nei poliedri e nei solidi di rotazione. - Ricavare formule inverse; (**Scheda 64)**. - Applicare nozioni sul piano cartesiano nella risoluzione di problemi con rotazioni e ribaltamenti; (**Scheda 65**).
	Periodo: aprile-maggio	
Sfera: definizioni, proprietà (*intersezioni fra una sfera o una superficie sferica e un piano*); - area della superficie sferica, volume della sfera*[nota].	**-** Comprendere ed enunciare definizioni (in particolare, di sfera e superficie sferica) e proprietà. - Risolvere semplici problemi riguardanti sfere e superfici sferiche. -formulare problemi; -risolvere problemi con gradi diversi di difficoltà. -Confrontare soluzioni diverse di uno stesso problema.	**Attività** ☺ - Comprendere qualche proprietà dell’intersezione fra una sfera e un piano a partire da esempi concreti. - Costruire modelli mentali di poliedri inscritti e circoscritti ad una sfera (ad esempio, costituiti da piramidi d’uguale altezza) o compiere verifiche, confrontando i liquidi contenuti in solidi equivalenti, per giustificare, a livello intuitivo, le formule per il calcolo del volume e dell’area della superficie di una sfera. -Risolvere problemi, che richiedono soltanto l'applicazione di una formula; - risolvere problemi che richiedono due, o

		più di due operazioni e la determinazione di dati non forniti dal testo del problema; - risolvere problemi, riferiti anche ad oggetti d'uso frequente (**Scheda 66**). -Confrontare criticamente eventuali procedimenti risolutivi diversi di uno stesso problema.
Misure **Relazioni e funzioni**	- Esplicitare le unità di misura utilizzate; -comprendere il concetto di peso specifico; - effettuare stime; -approssimare risultati secondo consegne assegnate. - Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni fra grandezze; - risolvere problemi di geometria utilizzando le equazioni. - Usare coordinate cartesiane, diagrammi, tabelle per rappresentare relazioni e funzioni. **-** Costruire semplici modelli matematici di fatti sperimentali.	- Operare con misure (NB: cambi di unità di misura). - Valutare la significatività delle cifre del risultato di una misura.
Competenza Linguistica		- Evidenziare e "scoprire"gli errori semantici e grammaticali nelle esposizioni orali o scritte.
		TERZA PROVA SCRITTA: **25 APRILE-5 MAGGIO (*così c'è un mese di tempo, prima dell'esame*)**
Aspetti storici connessi con la matematica.	**-** Piero della Francesca: un matematico pittore. - Eratostene e la misura del meridiano terrestre. -Significato di π e cenni storici ad esso relativi. Le carte geografiche e il problema della rappresentazione bidi-	**Attività** ☺ - Collocare nel tempo e nello spazio avvenimenti e personaggi che hanno contribuito allo sviluppo della matematica.

	mensionale di una superficie curva. - Biografia di qualche grande matematico con riferimenti agli eventi storici del suo tempo.	

***Nota**

Riguardo alla sfera, si citano soltanto alcuni elementi, ma sarebbe utile che quest'argomento fosse sviluppato di più. Nella realtà scolastica è un po' trascurato, o addirittura non affrontato in classe, perché si dovrebbe trattare nell'ultima parte dell'anno scolastico, e non c'è più abbastanza tempo per farlo. Per motivi analoghi, non è presente in molti itinerari didattici della scuola primaria e, a volte, non si studia neppure nella scuola secondaria di secondo grado.
Ma, nella vita quotidiana, i problemi risolvibili con nozioni sulla sfera non mancano, dagli ingranaggi alle rotte aeree, dalle bolle di sapone alla sfera celeste.

6b. Schede di lavoro della Sesta Unità

La geometria dello spazio è difficile, anche perché le rappresentazioni bidimensionali di figure tridimensionali spesso non ne evidenziano adeguatamente le proprietà, e quindi contribuiscono alla formazione d'immagini mentali corrette assai meno di quanto avviene nella geometria piana.
Si disegna bene se si sono capite le posizioni reciproche degli oggetti che s'intendono rappresentare e, disegnando, esse si comprendono meglio. Pertanto, quando si opera con la geometria dello spazio, è utile disegnare con cura ed è importante che gli alunni siano convinti che il tempo dedicato alla costruzione di una rappresentazione grafica produce buoni frutti.
Per questo motivo, nelle schede di lavoro di questo capitolo, si chiede spesso di disegnare e sono stati inseriti dei riquadri quadrettati, che gli allievi possono utilizzare per visualizzare figure geometriche.
L'attitudine a dimostrare si costruisce un poco alla volta e, spesso, con fatica. Per accompagnare gli alunni verso tale traguardo, si può chiedere, fin dalla prima classe, di giustificare le proprie affermazioni. Gli esiti delle prove di verifica somministrate in quattro anni di sperimentazione, di cui diamo un cenno nelle tabelle 2 e 3, indicano che molti ragazzi incontrano difficoltà a formulare giustificazioni.

Classe prima, prima prova di verifica: Dal disegno, riconoscere un rettangolo e un rombo. Giustificare le risposte					
Anno scolastico	**Riconoscere figure geometriche nel piano**	**Giustificare Rettangolo (senso)**	**Giustificare Rombo (senso)**	**Giustificare**	**Num. All.**
	Esatte	**Corrette**	**Corrette**	**Mancate**	
2004/2005	95%	34%	34%	17%	282
2005/2006	96%	37%	34%	21%	376

Tabella 1

Classe seconda, prima prova di verifica: Dati tre rettangoli d'ugual perimetro, ma non congruenti, scrivere se sono uguali le somme degli angoli interni d'ognuno di essi. Giustificare la risposta			
Anno scolastico	**Somme uguali (Sì)**	**Giustificazioni (senso)**	**Numero Allievi**
2004/2005	61%	42%	250
2005/2006	62%	42%	400

Tabella 2

Per questo motivo, in sette delle otto schede di questo paragrafo si chiede di giustificare fatti o affermazioni.

Una scheda per pensare

SCHEDA 61a

1) Osserva la piramide a base triangolare di figura 1 e immagina d'averla in mano. Quanti sono i vertici di questa piramide?

....

a) Quanti piani sono individuati dalle sue facce? ....

b) Denomina con lettere maiuscole i vertici della piramide e immagina uno dei piani individuati dalle facce non visibili della piramide.

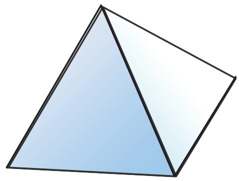


Figura 1

- Elenca i vertici della piramide contenuti in quel piano.

....

- Elenca i vertici della piramide che non appartengono a quel piano.

....

c) Ad ogni spigolo della piramide si può associare una retta.
Quante rette individui? ....

d) Utilizza le lettere che hai segnato sulla figura per indicare, fra le rette associate agli spigoli della piramide:
- una coppia di rette complanari. ....
- un'altra coppia di rette complanari, ...
- una coppia di rette <u>non</u> complanari, ...
- un'altra coppia di rette <u>non</u> complanari, ...

2) In figura 2 è rappresentato un fermacarte, a forma di parallelepipedo rettangolo. Immagina di prenderlo in mano e di osservarlo in movimento. Ad ogni spigolo si può associare una retta. Nella figura 2, gli spigoli "nascosti" sono tratteggiati.
Utilizzando le lettere segnate sulla figura, fra le rette associate agli spigoli del solido, indica:

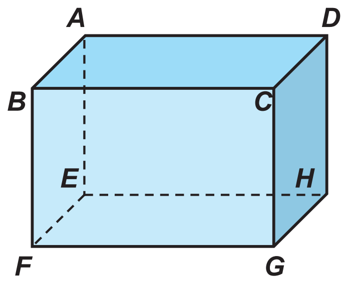


Figura 2

- tre rette a due a due parallele, che non stanno tutte nello stesso piano;

....

- altre tre rette a due parallele ma non appartenenti tutte allo stesso piano; ....
- tre rette non complanari e tali che nessuna di esse sia parallela ad una delle altre due.

....

Se hai qualche dubbio, costruisci un modello con una scatola da scarpe e tre listelli di cartone o di legno.

Una scheda per capire

SCHEDA 61b

1) Sul fondo di una scatola (ne basta una da scarpe), traccia tre segmenti aventi l'origine nell'estremo di uno spigolo perpendicolare al fondo della scatola. (figura 1)

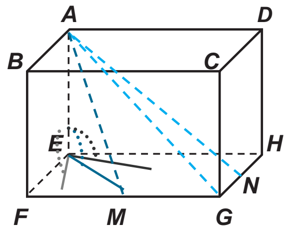


Figura 1

1a) Misura ogni angolo formato dallo spigolo e da uno dei segmenti che hai disegnato e scrivi le misure che hai trovato.

....

Come sono, tra loro, questi angoli? ....

Pensando a questi risultati, che angoli potrebbe formare una retta, perpendicolare ad un piano e incidente il piano in un punto *P*. con una qualunque delle rette del piano che passano per *P*?

....

1b) Sostituisci ai puntini uno dei simboli <, =, > in modo da rendere vere le seguenti relazioni fra segmenti, riferite alla figura 1:

AE ... BF; *AE ... AM* ; *BF ... AM.*

1c) Osserva, in figura 1, i segmenti *AM*, *AG*, *AN*. Quale ti sembra il maggiore? ....

- Fora la scatola nel punto *G* e nei punti *M* e *N*, che sono circa alla metà degli spigoli *FG* e *GH*. Fa passare un filo colorato per il punto *A* e il punto *M* e taglialo in modo che il pezzo ottenuto sia lungo come il segmento *AM*. Procedi nello stesso modo per i segmenti *AG* e *AN.*
Qual è il pezzo di filo più lungo?

....

Se questo risultato contrasta con la tua stima, spiega perché.

....

....

2) Leggi sul tuo manuale le definizioni di prisma, prisma retto, prisma regolare, parallelepipedo. Chiudi il libro e rispondi alle seguenti domande:

2a) Quali prismi hanno l'altezza e gli spigoli laterali congruenti? Perché?

....

....

Rappresenta uno di questi prismi, nel riquadro quadrettato a destra.

2b) Un prisma obliquo può avere come base un quadrato? Perché?

....

Una scheda per capire

SCHEDA 62

1a) Disegna, secondo la scala indicata in figura 1, lo sviluppo piano di un prisma regolare, avente come base un triangolo. Gli spigoli laterali del prisma misurano 4 cm e sono lunghi il doppio di quelli di base.

1b) Che poligoni sono le sue facce?

....

....

1c) È un poliedro regolare? Perché?

....

....

....

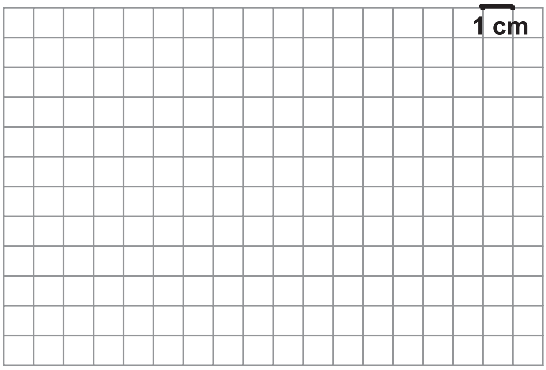


Figura 1

2) Quali delle seguenti rappresentazioni sono sviluppi della superficie di un prisma?

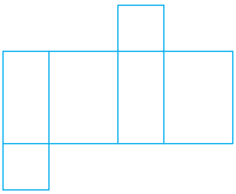


Figura 2a

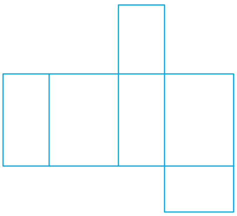


Figura 2b

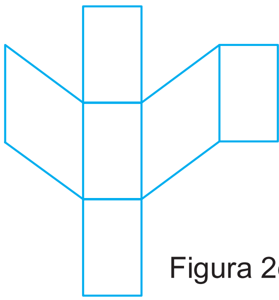


Figura 2c

Risposta

....

3) La figura 4 rappresenta una scatola da cerini aperta.

Disegna su un foglio quadrettato, rispettando le dimensioni indicate, lo sviluppo piano della superficie della scatola.

Calcola il volume della scatola.

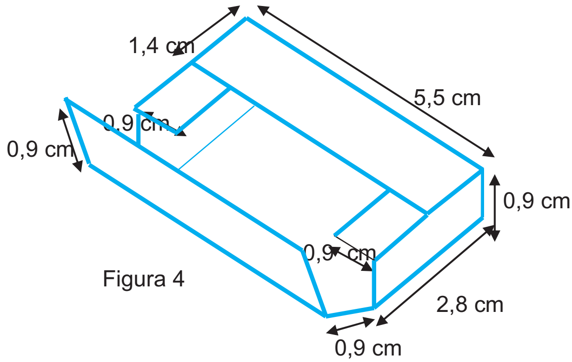


Figura 4

....

....

....

Una scheda per capire

SCHEDA 63a

1) Leggi nel tuo manuale la definizione di *piramide*, di *piramide retta*, di *piramide regolare*. Chiudi il libro e rispondi alle seguenti domande:

1a. Una piramide retta può avere uno spigolo laterale perpendicolare al piano di base? Perché?NOTA*

....

....

1b. Una piramide retta può avere come base un rombo? Perché?

....

....

1c. La base di una piramide retta può essere un trapezio rettangolo? Perché?

....

....

1d. Ogni piramide regolare, che ha come base un quadrato e come facce laterali dei triangoli equilateri è un poliedro regolare? Perché?

....

....

2) La figura 1 rappresenta una piramide che ha lo spigolo *VB* perpendicolare al piano di base e lungo 5 cm (fig. 1). La base della piramide è un triangolo rettangolo ($A\hat{B}C$ = angolo retto). Il segmento *VH* è perpendicolare al segmento *AC.*

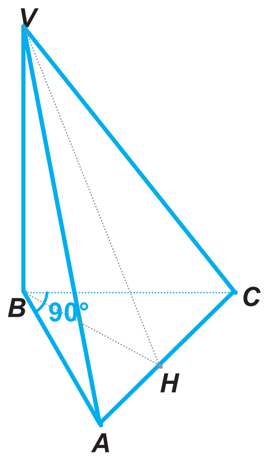


Figura 1

2a. Quali segmenti rappresentano le altezze delle facce della piramide?

- della faccia *AVB*: ....;

- della faccia *BVC*: ....;

- della faccia *AVC*: ....

(Con alcuni stuzzicadenti, puoi costruire un modellino della piramide.)

2b. Costruisci una piramide a base triangolare e con uno spigolo laterale perpendicolare alla base. (Puoi tagliare in modo opportuno una scatola di cartoncino). Dopo aver fissato il vertice, disegna le altezze delle facce laterali, con la squadra, e misurale. Scrivi qui sotto le misure che hai trovato, approssimandole al millimetro.

....

....

**In quale punto l'altezza di una piramide retta incontra il piano di base della piramide?*

Una scheda per pensare

SCHEDA 63b

1) Nella piramide, rappresentata in figura 1, lo spigolo *VB* misura 5 cm ed è perpendicolare al piano di base.
a) La base della piramide è un triangolo rettangolo, i cui cateti *AB* e *BC* misurano, rispettivamente, 3 cm e 4 cm. Calcola la misura degli spigoli *AV* e *VC*.

....
....
....
....
....
....
....

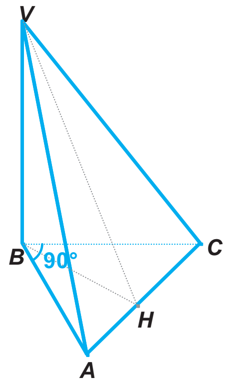


Figura 1

b) I dati di cui disponi ti permettono di calcolare il volume della piramide? Perché?

....
....

2) La piramide *VABCD* (figura 2) è retta e i punti *H, K, L, M* sono i piedi delle altezze delle sue facce.
Sapendo che l'altezza della piramide misura 12 cm e che il raggio della circonferenza inscritta è lungo 5 cm, puoi calcolare l'altezza d'ogni faccia della piramide. Perché?

....
....
....

Determinazione delle altezze *VH* e *VK:*

....
....
....
....
....

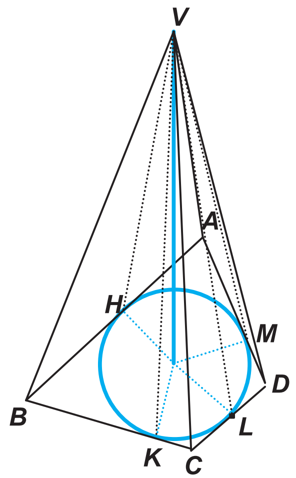


Figura 2

- I segmenti *VB* e *VK* sono congruenti? Perché?

....
....
....

Una scheda per capire

SCHEDA 64

1) Un cono e un cilindro hanno la base e l'altezza congruenti (figura 1).
a) Se il volume del cilindro fosse 36 cm^3, quale sarebbe il volume del cono?

....

....

b) Con quale formula, fra le seguenti, si può calcolare il volume del cono? Perché?

$V = \dfrac{\pi r^2 h}{2}$; $\quad V = \dfrac{2\pi r^2 h}{3}$; $\quad V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$

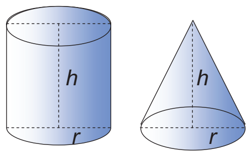


Figura 1

....

....

2) I due solidi rappresentati in figura 2 hanno la stessa altezza, che misura 3 cm. Il raggio di base del cilindro misura 2,1 cm, quello del cono 3,3 cm.

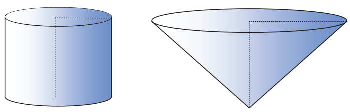


Figura 2

Osserva la figura 2. Quale delle seguenti stime ti sembra la migliore?
a) Il volume del cilindro è minore di quello del cono.
b) Il volume del cilindro è uguale a quello del cono
c) Il volume del cilindro è maggiore di quello del cono.

- Calcola i volumi del cilindro e del cono.

Vol. cono = ...

....

Vol. cilindro = ...

....

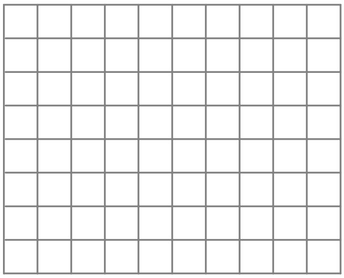
- La tua valutazione è stata corretta? ....

3) Che figura è l'intersezione fra un cilindro equilatero e un piano passante per il suo asse? Perchè?

....

....

....



a) Rappresenta, nel riquadro quadrettato (figura 3) un cilindro equilatero.
b) Dopo, aver indicato con *r* il raggio del cilindro, ricava una formula, con cui puoi calcolare l'area della superficie totale di un cilindro equilatero, conoscendo soltanto la misura del raggio di base.

Figura 3

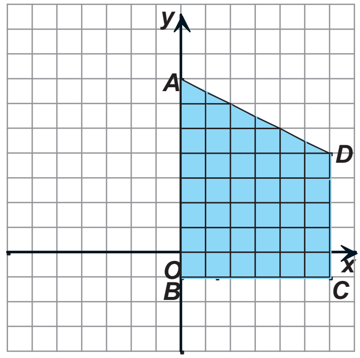
....

....

Una scheda per capire

SCHEDA 65

1) Con riferimento alla figura 1, sostituisci ai puntini le coordinate dei punti corrispondenti e, supponendo che l'unità di misura sia 1 cm, calcola le misure dei segmenti indicati:
A (…;…); *B* (…; ...); *C* (…; ...); *D* (…; …);



misure dei segmenti: Figura 1

$\overline{AB}$ = ... $\overline{BC}$ = ...;

a) Ruota il trapezio *ABCD* di 360° attorno all'asse *y* e descrivi il solido ottenuto.

....

....

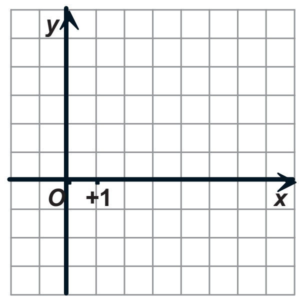
b) Descrivi con parole tue le operazioni da eseguire per calcolare il volume del solido ottenuto con la rotazione che hai eseguito.

....

....

....

2) Nella figura 2, segna i punti:
P (0 ; 2); *Q* (0 ; 0); *R* (3 ; 0.); *S* (6 ; 2);



2a. Quale figura geometrica ha quei punti come vertici? ....

b. Ruota *PQRS* di 360° attorno all'asse delle ascisse e descrivi il solido ottenuto.

....

....

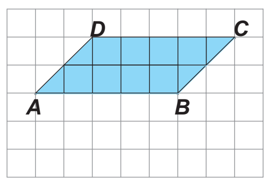
c) Descrivi con parole tue, come calcoleresti il volume di tale solido .

Figura 2

....

....

3) Descrivi il solido che ottieni se fai ruotare il parallelogrammo *ABCD* attorno al lato *AB* (fig. 3).



....

....

Il volume di questo solido si può calcolare con poche operazioni. Perché?

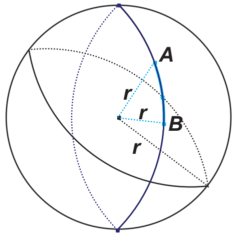
....

Figura 3

....

1) L'intersezione fra una superficie sferica e un piano che passa per il suo centro è una circonferenza che ha come raggio il raggio della sfera. Perchè?

Figura 1



....

....

1a. Molti problemi reali si risolvono bene trattando la terra come una sfera, avente un raggio di circa 6700 km. Di solito, gli aerei, che si spostano da un punto *A* ad un punto *B*, percorrono un arco del cerchio massimo che passa per *A* e per *B*.

- Un aereo che, ad una velocità costante di 900 km/h, impiega due ore per spostarsi da una città ad un'altra, quale frazione di circonferenza massima percorre? ....

....

- Qual è la misura, in gradi, dell'angolo al centro corrispondente all'arco percorso? ....

....

2) Un cono contiene una pallina sferica di gelato, avente il raggio pari a quello del cono. Metà della pallina è entrata nel cono (figura 2). Il raggio di base del cono misura 2,5 cm e la sua altezza è pari a 10 cm.

- Determina il volume del cono vuoto e quello del gelato.

....

....

....

....

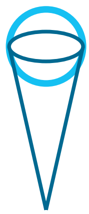


Figura 2

- Qual è, in percentuale, la porzione di cono occupata dal gelato?

....

3) Un'industria dolciaria produce cioccolatini sferici con il raggio pari a 2 cm. L'azienda decide di diminuire sia il raggio dei cioccolatini, che diventa di 1,8 cm, sia il costo di un cioccolatino che passa da 40 a 35 centesimi di euro. Per il consumatore, il nuovo costo di 1 cm^3 di cioccolatino è inferiore a quello vecchio, oppure no?

Procedimento ....

....

....

....

Risposta ....

6c. Note sulle schede di lavoro, da 61 a 66

SCHEDA 61a

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- costruire immagini mentali;
- riconoscere posizioni reciproche di punti, rette, piani;
- riconoscere terne di rette a due a due parallele ma non complanari.

SCHEDA 61b

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- riflettere sulle proprietà della perpendicolarità tra una retta e un piano;
- sollecitare una congettura (che non si dimostra, ma di cui si eseguono alcune verifiche);
- riflettere sulle relazioni di disuguaglianza tra segmenti congiungenti punti di un piano con uno stesso punto esterno al piano;
- giustificare affermazioni;
- comprendere il significato di alcune definizioni e capire che una conoscenza precisa delle definizioni è importante;
- costruire rappresentazioni bidimensionali di figure tridimensionali.

SCHEDA 62

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- rappresentare sviluppi piani di prismi;
- riconoscere sviluppi piani di prismi;
- comprendere la differenza fra prisma regolare e poliedro regolare;
- individuare i dati necessari per calcolare il volume di un prisma;
- calcolare il volume di prismi;

Circa un terzo dei quasi 250 alunni, ai quali sono stati posti quesiti su questo argomento, non ha riconosciuto lo sviluppo piano di un prisma retto e due terzi di essi non hanno capito cos'è un prisma regolare.
Si può costruire un prisma non retto, ingrandendo, ritagliando e incollando con attenzione la figura 2c.

SCHEDE 63a e 63b

Gli obiettivi di queste schede sono:
- comprendere definizioni (Una percentuale rilevante di allievi incontra notevoli difficoltà a distinguere altezza, apotema e spigoli laterali di una piramide retta e non crede che ci siano piramidi regolari diverse dai tetraedri regolari);
- costruire l'immagine mentale di una piramide con uno spigolo laterale perpendicolare al piano di base;
- applicare le proprietà dei poligoni circoscritti ad un circonferenza;

- costruire un modello di piramide;
- giustificare affermazioni, argomentare;
- risolvere problemi.

Il quesito 2b, della scheda 63a, è difficile, perché bisogna ricordare che le altezze di due facce sono entrambe rappresentate dal segmento *VB*, che è minore del segmento *VH,* perché *VH* non è perpendicolare al piano di base. Il quesito è più facile se si costruisce un modellino.

Il quesito 2, della scheda 63-b, riguarda le proprietà di una piramide retta. È molto utile osservare un modellino.

SCHEDA 64

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- comprendere il significato di formule e di definizioni;
- costruire formule per risolvere problemi;
- costruire semplici ragionamenti;
- compiere stime e verificarle.

SCHEDA 65

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- applicare conoscenze riguardanti il piano cartesiano;
- descrivere solidi di rotazione (gli esiti delle prove di verifica somministrate a circa 250 alunni hanno mostrato che un terzo degli alunni incontra difficoltà a disegnare un solido di rotazione);
- costruire rappresentazioni bidimensionali di solidi di rotazione;
- risolvere problemi riguardanti solidi di rotazione (gli esiti delle prove di verifica eseguite hanno mostrato che meno della metà degli alunni sa calcolare il volume di un solido ottenuto ruotando un trapezio rettangolo attorno ad uno dei lati di uno degli angoli retti);
- descrivere procedimenti risolutivi.
- riconoscere che il solido ottenuto ruotando *ABCD* attorno ad *AB* è equivalente ad un cilindro di altezza *AB*.

SCHEDA 66

Gli obiettivi di questa scheda sono:
- costruire un ragionamento, applicando la definizione di superficie sferica;
- risolvere un problema tridimensionale, applicando proprietà della circonferenza e del cerchio;
- risolvere problemi sui volumi dei solidi di rotazione;
- risolvere un problema che richiede la determinazione d’una percentuale;
- risolvere problemi riguardanti oggetti d’uso frequente.

6d. La Terza Prova di Verifica e i suoi obiettivi

La prova di verifica non contiene quesiti riguardanti la sfera, perchè, di solito, questo argomento è svolto in maggio, e quindi gli alunni non fanno a tempo a comprenderne i concetti prima della prova.
Nel quesito 1 si chiede di individuare le posizioni reciproche di rette associate agli spigoli di un parallelepipedo rettangolo. Nella tabella 1 sono indicati i risultati conseguiti da alunni che hanno frequentato la terza classe negli anni scolastici 2005/2006 e 2006/2007.

Anno scolastico	Rette sghembe	Rette incidenti	Rette parallele	Coppie di Segmenti Non Complanari	Numero Allievi
2005/2006	54%	72%	90%	39%	230
2006/2007	49%	67%	82%	35%	210

Tabella 1

Le percentuali di risposte corrette fornite dalle classi sono diverse fra loro, ma la percentuale degli alunni che riconoscono due rette sghembe è costantemente maggiore di quella degli allievi che individuano coppie di segmenti non complanari (forse non si è capito che se due rette r ed s sono sghembe non esistono segmenti di r complanari con segmenti di s).
Nel quesito 15, si chiede di determinare il volume di un solido formato da un cilindro e un cono retti, aventi in comune soltanto la base e ottenuti ruotando un rettangolo e un triangolo rettangolo. La tabella 2 mostra le percentuali di risposte corrette fornite in due anni scolastici consecutivi.

Anno scolastico	Descrizione Solido	Volume Cilindro	Volume Cono	Numero Allievi
2005/2006	63%	45%	44%	230
2006/2007	53%	35%	32%	210

Tabella 2

Si nota che il numero degli alunni che hanno individuato i solidi, da cui è formata la figura composta, supera di poco la metà del totale. Ancor meno sono coloro che hanno calcolato correttamente i volumi corrispondenti.

TERZA PROVA DI VERIFICA DI GEOMETRIA,

Terza classe della scuola secondaria di primo grado

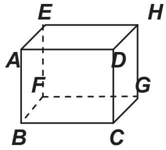
Anno scolastico .... data.......................... C32_pr3

NOME E COGNOME ……………………………… CLASSE …………

È consentito l'uso di tavole numeriche, righello, squadra, compasso, ma <u>non</u> della calcolatrice. Tempo disponibile per completare la prova:due ore.

QUESITI

1a) Osserva il parallelepipedo rettangolo rappresentato nel disegno e completa ogni frase scegliendo il termine opportuno tra le seguenti parole:



coincidenti, incidenti, parallele, sghembe. Figura 1

a_1) Le rette a cui appartengono i segmenti AB e FG sono .... ……......

a_2) Le rette a cui appartengono i segmenti AB e AE sono ....…

a_3) Le rette a cui appartengono i segmenti AB e CG sono …..........................

a_4) Le rette a cui appartengono i segmenti AB e HG sono ....

1b) Tra le quattro coppie di segmenti citate nei punti precedenti, ci sono coppie di segmenti non complanari? Se ce ne sono, citale qui sotto.

....

2) Facendo riferimento alla Figura 1, completa le seguenti frasi:

a) "*Nello spazio, due rette che non hanno punti in comune sono sempre parallele*"; questa affermazione è sbagliata perché

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

b) "*Tre rette parallele sono sempre complanari*"; questa affermazione è sbagliata perché, ad esempio,

………………………………………………………………………………………

....

3) Calcola l'area della superficie totale di questo solido formato da cubetti uguali il cui spigolo misura 2 cm.

Procedimento

....

....

....

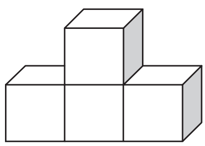


Figura 2

4) Completa le seguenti frasi:

a) Una piramide è regolare se ....

b) Una piramide è retta se ....

....

c) Un cilindro è equilatero se ....

....

5) Traccia opportune frecce, in modo da associare a ciascuna figura solida le formule che si potrebbero usare per calcolarne il volume *V*.

a) PARALLELEPIPEDO RETTANGOLO

$\boxed{V = \pi r^2 h}$

b) CILINDRO

$\boxed{V = A_B\, h}$

c) CONO

$\boxed{V = (\pi r^2 h) / 3}$

d). PIRAMIDE

$\boxed{V = (A_B\, h) / 3}$

e) PRISMA

r = raggio della circonferenza di base

h = altezza della figura solida

A_B = area di base della figura solida

6) Osserva la seguente piramide retta a base quadrata. Traccia la sua altezza. Come hai fatto? Risposta

....
....
....
....
....
....
....

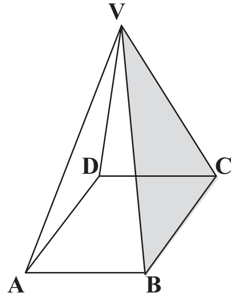


Figura 3

7) Osserva lo sviluppo piano di un solido rappresentato in figura 4 e rispondi alle seguenti domande:

a) Qual è il numero totale di facce del solido? ....

b) Quali poligoni sono queste facce?. ....

c) Come si chiama il poliedro? ....

d) Si tratta dello sviluppo piano di un poliedro regolare? …..…

Perché? …...

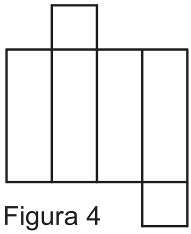


Figura 4

8) Quante volte il cubo piccolo è contenuto in quello grande? Indica con una crocetta la risposta corretta

A	**3**
B	**9**
C	**18**
D	**27**

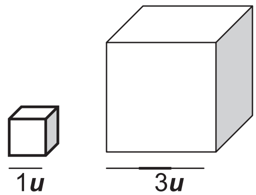


Figura 5

9) Spiega perché l'altezza di una piramide retta è minore di ciascuno degli spigoli laterali .

....
....

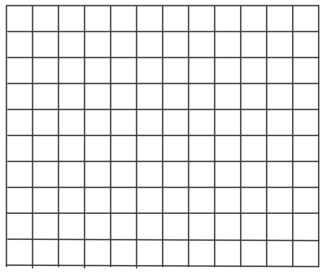
10) La camera di Stefano ha i lati del pavimento che misurano 4 m e 3,5 m. Essa è alta 3 m. Bisogna dipingere le pareti e il soffitto. La superficie occupata da porte e finestre misura 6 m^2 . Con un chilogrammo di pittura si tinteggia una superficie pari a 5 m^2 . Bastano 10 kg di colore? Perché?

Procedimento ....
....
....
....
....
....

Risposta e motivazione della risposta ....
....

11) La base quadrata di un parallelepipedo retto ha l'area pari a 9 cm^2. Calcola l'altezza del solido, la cui area laterale misura 66 cm^2.

***Se lo ritieni utile, puoi aiutarti con un disegno*.**



Procedimento ....
....
....

Risposta
....

12) Osserva i seguenti solidi e, segnando una crocetta sulla risposta corretta, rispondi alle domande a) e b). Giustifica le tue risposte.

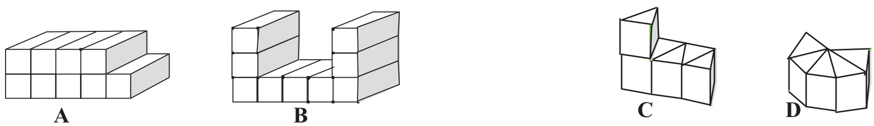


Figura 6

a) A e B sono solidi equivalenti? [] Si [] No

Giustificazione ....
....

b) C ed D sono solidi equivalenti? [] Si [] No

Giustificazione ....
....

13) Uno scatolone da imballaggio, a base rettangolare, le cui dimensioni di base sono 24,5 cm e 33 cm, deve essere riempito con bottiglie di candeggina, a base circolare e con il diametro di base di 8 cm. Le bottiglie si collocano con il fondo appoggiato sulla base dello scatolone. Quante bottiglie si possono collocare? ***Se lo ritieni utile, puoi fare un disegno*.**

Procedimento ....
....
....

Risposta ....

14) Considera la rotazione di 360° del rettangolo *ABCD* intorno all'asse *r*. Stabilisci che tipo di solido si ottiene e indica il raggio di base e l'altezza del solido.

Risposte:

a) Tipo di solido: ……………...

b) Raggio di base del solido: ....

c) Altezza del solido: ....

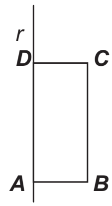
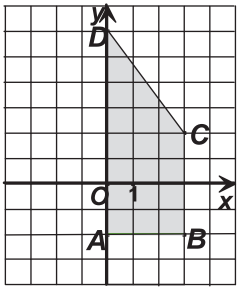


Figura 7

15) Nella tabella posta a lato della figura 8,

a) sostituisci ai puntini i valori delle coordinate dei punti corrispondenti e, supponendo che l'unità di misura sia 1 cm, calcola le misure dei segmenti indicati.



A (……; …...); **B** (……; ……);

C (……; …...); **D** (……; ……).

misure dei segmenti:

$\overline{AB}$ = ...; $\overline{AD}$ =..................; $\overline{BC}$ = ...;

$\overline{CD}$ = ...

....;

Figura 8

b) ruota il trapezio *ABCD* di 360° attorno all'asse *y* e descrivi il solido ottenuto. …..………………… ………………………………………………………

c) calcola il volume del solido ottenuto con la rotazione descritta.

……………………………………………………….....……………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

16) Il serbatoio di una siringa per iniezioni è un cilindro con base fissa e altezza, *h*, variabile. L'area di base di questo cilindro è pari a 1,5 cm^2.

Completa la seguente tabella:

Altezza (cm)	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm
Volume (cm^3)	....	....	....	....

a) Descrivi come varia il volume del cilindro al variare dell'altezza.

……………………………………………………......……………………………

……………………………………………………......……………………………

b) Scrivi la legge che esprime la relazione fra il volume del cilindro e la sua altezza *h*.

…………………………………………………………………………………......

c) Di che legge si tratta? …………..……………………..............……………

d) Qual è il suo grafico? ……………..………………….................…………………

CONTENUTI E ABILITÀ DELLA PROVA
CL3_pr2 anno .... mese ....
CONTENUTI

NUMERI QUESITI CONTENUTI		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
- Proprietà dello spazio	**Spazio**																
- Poliedri: proprietà	**Poliedri**				**ab**			**cd**									
- Poliedri: superfici								**ab**									
- Poliedri: volumi																	
- Solidi di rotazione: proprietà	**Solidi di rotazione**				**c**											**b**	
- Solidi di rotazione: volumi																**c**	**Tab. a**
- Piano cartesiano																**a: coodin**	**b,c, d**
- Esplicitare le unità di misura	**MISURA**																

Tabella 1

ABILITÀ

NUMERI QUESITI ABILITÀ		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
- Comprendere e usare consapevolmente termini appropriati	**COMPRENDERE**															**a**	
- Descrivere simboli, oggetti, termini	**COMUNICARE**															**b**	
- Descrivere un procedimento costruttivo																	
- Interpretare visualizzazioni	**INTERPRETARE VISUALIZZAZIONI**																
- Visualizzare per consegna	**VISUALIZZARE PER CONSEGNA**																
- Costruire visualizzazioni (figure, grafici….) spontaneamente	**VISUALIZZARE PER SCELTA**															**b: Dis**	
- Utilizzare simboli o formule per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità	**FORMALIZZARE**																**bcd**
- Giustificare affermazioni anche con semplici	**ARGOMENTARE**							**d**									
- Costruire ragionamenti			**a,b**														
- Individuare regolarità	**PORRE IN RELAZIONE**																**a**
- Risolvere un problema , che richieda soltantol'applicazione di una formula	**RISOLVERE E PORSI PROBLEMI**			**1_ Fa cc.**												**Mis-3-segm**	**Tab**
- Risolvere un problema che richiede tre o più di tre operazioni																**a: CD; b: vol**	
- Esplicitare le unità di misura	**MISURARE**																
- Calcoli aritmetici in un processo risolutivo																	
Correttezza Linguistica*																	

Tabella 2

*Nota: I quesiti **6** e **12** sono stati risolti correttamente da oltre il 60% degli alunni, ai quali sono stati somministrati. Pertanto, può essere utile verificare la correttezza linguistica delle risposte.

UNITÀ 7: QUALCHE NOTA SULLA VALUTAZIONE

7a. Valutazione delle prove di verifica

La valutazione degli esiti di una prova di verifica è sempre difficile.
Le tabelle, che seguono i testi delle prove di verifica contenute in questo volume, sono state formulate dopo lunghe riflessioni e discussioni. Esse non pretendono d'essere esaustive o esatte, ma si propongono soltanto di offrire qualche spunto per valutare gli esiti d'ogni prova, considerando le abilità richieste e gli argomenti coinvolti.
Tutti i criteri di valutazione presentano elementi di criticità, perché, ad esempio, appare rischioso ogni tentativo di valutare la padronanza di una determinata abilità se essa è coinvolta in un quesito, al quale si può rispondere soltanto dopo aver risolto un precedente quesito, magari difficile.
Il livello di sufficienza è deciso dal singolo docente, che conosce l'attività svolta in classe e la preparazione complessiva dei propri allievi. I docenti, che hanno somministrato queste prove nelle loro classi, per valutare le risposte fornite dai loro alunni, hanno giudicato utile procedere in questo modo:

- definire gli elementi da tenere in considerazione, anche utilizzando le tabelle contenuti/abilità allegate ai testi delle prove;
- assegnare ad ogni elaborato un punteggio secondo un criterio predefinito dal docente;
- assegnare autonomamente un voto al punteggio minimo e un voto al punteggio massimo attribuiti;
- decidere a quale punteggio assegnato corrisponde il voto di sufficienza, in coerenza con l'attività didattica svolta;
- distribuire, i voti di non sufficienza tra il punteggio minimo e quello di sufficienza;
- distribuire i voti superiori alla sufficienza tra il punteggio di sufficienza e il punteggio massimo.

Esempio:
Un insegnante che, dopo aver corretto una prova di verifica, osservi che i punteggi sono compresi tra 10 e 60, con un punteggio massimo assegnabile di 70, e decida la seguente corrispondenza fra punteggi e voti:

Punteggi		Voti
10	→	4
35	→	6
60	→	9

potrebbe ottenere una corrispondenza tra punteggi e voti come quella rappresentata nella figura 1 (in cui sono rappresentati segmenti con pendenze diverse).

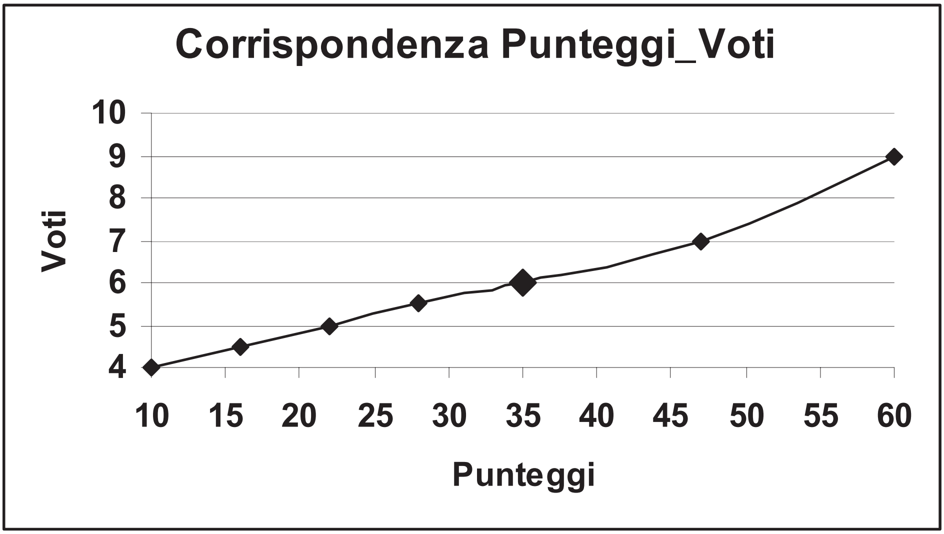


Figura 1

Secondo questo criterio, ad un alunno che avesse ottenuto 40 punti si assegnerebbe un voto compreso fra sei e sette.
Naturalmente, se si applicano altre modalità di valutazione si ottengono corrispondenze differenti da quella rappresentata nella figura 1.

7b. Valutazione di una Unità di Geometria

Una semplice e sintetica valutazione di una unità di geometria si potrebbe compiere costruendo una tabella costituita da moduli, uno per ogni abilità e per ogni argomento su cui si intenda indagare.
Nella tabella 1 si propone un semplice esempio. La prima parte riguarda l'attitudine a comprendere e quella ad argomentare, la seconda è riservata agli argomenti trattati nell'unità considerata (nell'esempio, un solo argomento: le similitudini).
La seconda tabella contiene uno schema di promemoria per le attività didattiche successive.

Unità di geometria .... **data** ....

Giudizio sulla situazione dalla classe							
Abilità		Insufficiente	Quasi Sufficiente	Sufficiente	Discreto	Buono	Ottimo
Comprendere	**Attività in classe**						
	Prove di verifica						
	Lavoro a casa						
	Come gli alunni valutano se stessi						
Argomentare	**Attività in classe**						
	Prove di verifica						
	Lavoro a casa						
	Come gli alunni valutano se stessi						
....							
Area disciplinari							
Similitudini	**Attività in classe**						
	Prove di verifica						
	Lavoro a casa						
	Come gli alunni valutano se stessi						

Note ....

....

Modifiche da apportare all'Unità		
Abilità	.	
....	**Attività in classe**	....
	Prove di verifica	....
	Lavoro a casa	....
....		
....		
Aree disciplinari		
	Attività in classe	....
....	**Prove di verifica**	....
	Lavoro a casa	....
....		....
....		....